

624.081075.

Ф33

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени ПЕРВОГО В РОССИИ ИВАНОВО-ВОЗНЕСЕНСКОГО  
ОБЩЕГОРОДСКОГО СОВЕТА РАБОЧИХ ДЕПУТАТОВ

ИВАНОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ имени В. И. ЛЕНИНА

Ю. А. ФЕДОРОВ



# РАСЧЕТ ФЕРМ С СОСТАВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

(Учебное пособие)

Иваново 1979

53  
Министерство высшего и среднего специального образования  
РСФСР

Ивановский государственный университет имени Первого  
в России Иванова-Вознесенского общегородского Совета  
рабочих депутатов

Ивановский энергетический институт им. В. И. Ленина

Ю. А. Федоров

РАСЧЕТ ЭЭРМ С СОСТАВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ  
(учебное пособие)

БИБЛИОТЕКА  
Ивановский энергетический  
институт им. В. И. Ленина  
ИВАНОВО - 1979

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие содержит краткое изложение методов расчета ферм с оставшими элементами как на неподвижную, так и на подвижную нагрузки. Большое внимание уделено методам построения линий влияния продольных усилий в стержнях шпренгельных ферм.

Учебное пособие рассчитано на студентов специальности 1202 ("Промышленное и гражданское строительство"), но может также служить руководством при самостоятельном изучении курса "Строительная механика" студентами других специальностей строительного факультета.

Темплан 1979г., поз. 146

© Ивановский государственный университет

## ВВЕДЕНИЕ

Фермой называется стержневая система, составленная из прямых стержней и остающаяся геометрически неизменяемой после условной замены ее жестких узлов шарнирными (рис. 1).

В реальных конструкциях стержни в узлах ферм соединены или заклепками, или сваркой, т.е. жестко. Однако, как показывают сравнительные расчеты, при действии на стальные фермы с обычной решеткой узловой нагрузки усилия в узлах фермы с жесткими узлами мало отличаются от усилий в стержнях идеально-шарнирной фермы. В дальнейшем будем рассматривать ферму, все элементы которой связаны в узлах идеальными шарнирами (рис. 1, б). В таких фермах при узловом приложении нагрузки каждый стержень подвергается лишь осевому действию силы, т.к. при узловой нагрузке любой стержень фермы можно рассматривать как внутреннюю связь первого вида, реакция которой есть продольная сила.

Расстояние между осями опор фермы называется пролетом (рис. 2, б); стержни, расположенные по контуру фермы, кроме вертикальных и близких к ним, называются поясами и образуют верхний и нижний пояса; стержни, соединяющие пояса, образуют решетку фермы. При этом наклонные стержни называются раскосами, а вертикальные — стойками. Расстояние между соседними узлами поясов фермы (обычно измеряемое по горизонтали) называется панелью.

Классификацию ферм проводят по многим признакам. Так, например,

- 1) по характеру очертания поясов различают:
  - а) фермы с параллельными поясами (рис. 2, а);
  - б) фермы с ломаными (треугольными и полигональными) поясами (рис. 2, б, в);
- 2) по типу решетки различают:
  - а) фермы с треугольной решеткой (рис. 2, а);
  - б) фермы с раскосной решеткой (рис. 2, б, в);

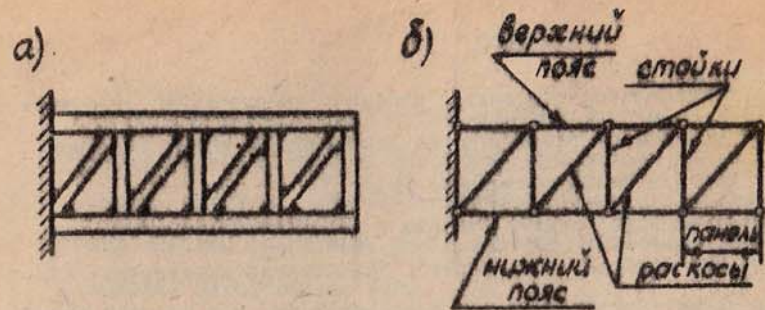


Рис. 1.

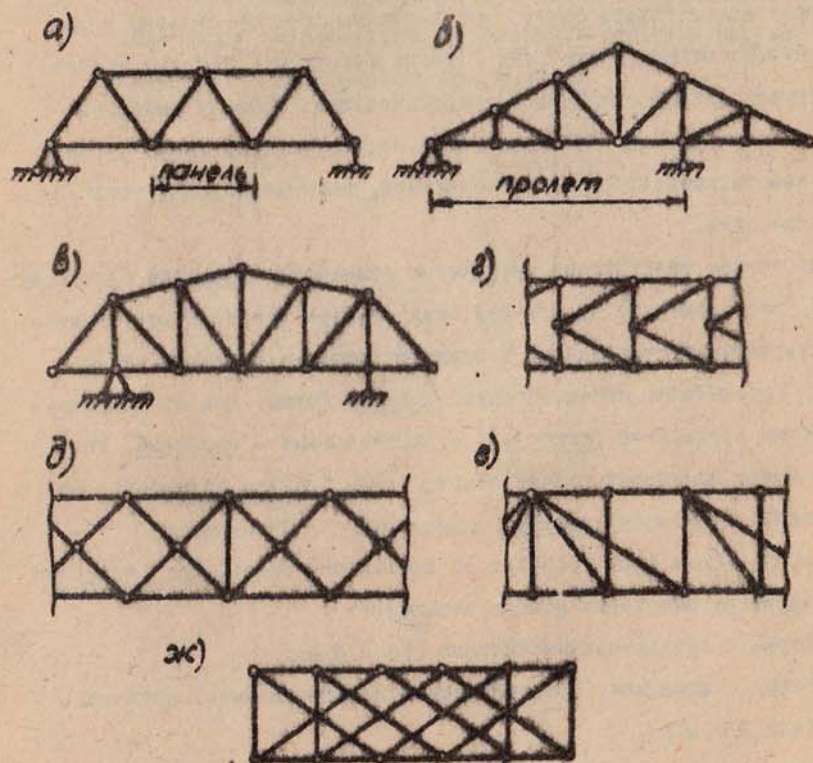


Рис. 2.

- в) фермы с полураскосной решеткой (рис. 2, г);
  - г) фермы с ромбической решеткой (рис. 2, д);
  - д) двухрешетчатые фермы (рис. 2, е);
  - е) многорешетчатые фермы (рис. 2, ж);
- 3) по типу опирания различают:
- а) балочные фермы (рис. 2, а);
  - б) балочно-консольные фермы (рис. 2, б, в);
  - в) консольные фермы (рис. 1, б);
- 4) по назначению различают:
- а) стропильные фермы;
  - б) мостовые;
  - в) крановые и т. д.

## ГЛАВА I. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ ФЕРМ НА НЕПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКУ

### § 1. Определение усилий в стержнях ферм

Определение внутренних усилий в стержнях ферм производится по их расчетным схемам. За расчетную схему фермы при узловой передаче нагрузки обычно принимают шарнирную ферму. Расчет, основанный на такой расчетной схеме, является приближенным. Он не учитывает влияния жесткости соединений элементов фермы, которое тем больше, чем больше коэффициенты жесткости стержней  $EJ/l$ . Поскольку при узловой нагрузке для многих ферм влияние жесткости узлов не слишком велико, практика в этих случаях мирится с неточностью такого расчета. Для ферм, в которых влиянием жесткости узлов пренебрегать нельзя, расчет по шарнирной ферме является расчетом первого приближения, к которому надо вводить поправки. Ниже будут рассмотрены методы расчета только шарнирных ферм.

Расчет всяких сооружений основан прежде всего на определении внутренних усилий в элементах системы. Каждый стержень шарнирной

фермы можно рассматривать как связь первого вида. Поэтому методы определения усилий в стержнях фермы по существу есть методы определения реакций связей от действия внешней нагрузки. При этом в первую очередь обычно определяют опорные реакции. При определении опорных реакций опорные связи устраняют и заменяют неизвестными усилиями, которые в свою очередь определяют из трех уравнений равновесия всей фермы в целом.

На рисунке 3 приведена схема классификации методов определения усилий в стержнях фермы.

Аналитические методы позволяют получить аналитические выражения внутренних усилий. При этом аналитическое определение реакций связей производится по уравнениям равновесия, составленным для части системы, которые могут быть записаны в различной форме.

Графические методы дают совокупность графических операций для определения усилий и основаны на известных правилах графической статики.

Ниже изложены только аналитические методы определения усилий.

### I. Статический метод определения усилий

Статический метод определения усилий в стержнях фермы основан на общем методе сечений, при помощи которых из фермы выделяется её часть, а затем рассматривается равновесие какой-либо из отсеченных частей. При этом внутренние силы в перерезанных стержнях рассматриваются как внешние неизвестные силы по отношению к отсеченным частям фермы. Ниже показано применение различных методов определения усилий и рассмотрены некоторые детали, которые позволяют не только упростить расчет, но и получить более точный ответ.

Метод вырезания узлов. Данный метод применяется при расчете фермы с узловой нагрузкой и заключается в том, что сечениями последовательно отделяются от фермы один узел за другим и для каждого составляются два уравнения равновесия в виде суммы проекций всех сил, приложенных к узлу, на две непараллельные оси.

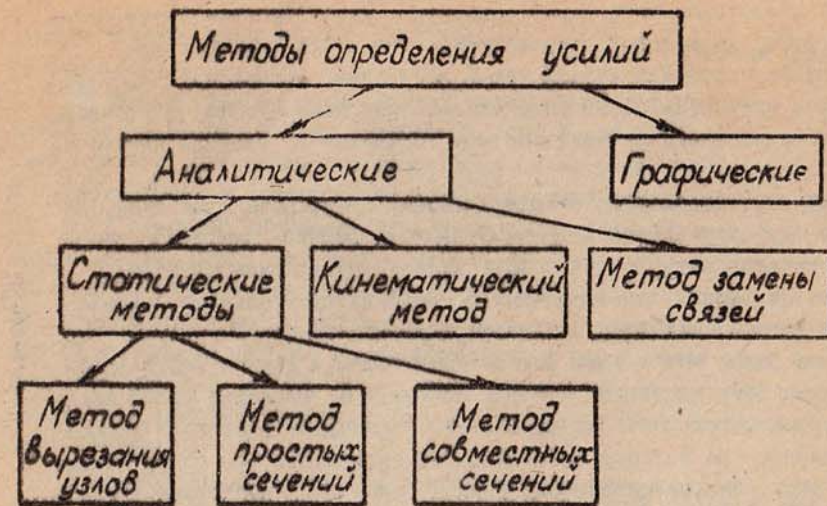


Рис. 3.

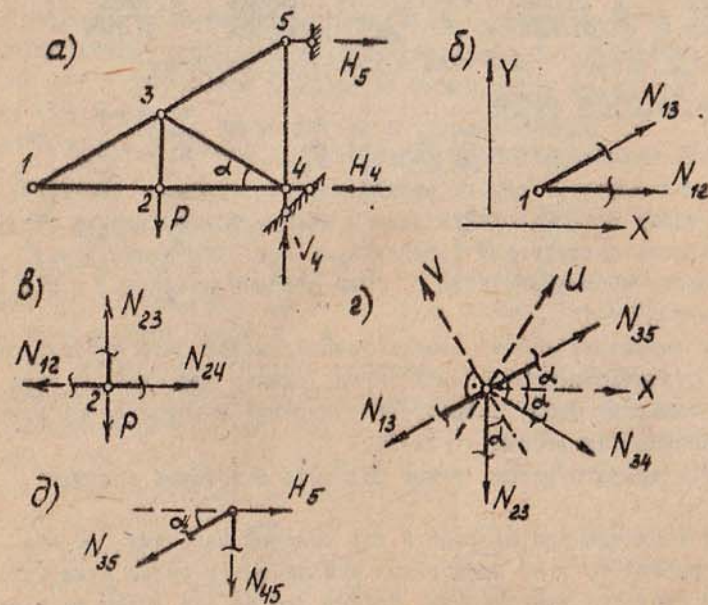


Рис. 4.

Всего можно составить 2y-3 таких уравнения (по количеству стержней в ферме), из которых определяются усилия во всех стержнях.

Выделение узлов или частей фермы необходимо производить так, чтобы усилия в элементах фермы определялись наиболее просто, по возможности без совместного решения системы уравнений со многими неизвестными.

Если в вырезанном узле сходятся только две неизвестные силы, то они могут быть определены из независимых уравнений. Для этого необходимо спроектировать все силы на оси, перпендикулярные стержням.

В простых фермах, образованных по правилу треугольника, вырезание узлов надо производить в порядке, обратном их присоединению, что приводит не более чем к двум неизвестным силам в каждом вновь вырезанном узле. Так, например, в ферме на рис. 4 а, номерами узлов обозначена последовательность их вырезания. Трехговыми стрелками показаны направления, на которые необходимо проектировать все силы, приложенные к узлу. Так, из равновесия узла 1 (рис. 4 б), составляя уравнения  $\sum X=0$  и  $\sum Y=0$ , получим  $N_{13}=0$  и  $N_{12}=0$ ; из уравнений  $\sum X=0$  и  $\sum Y=0$  для узла 2 (рис. 4, в) получим  $N_{24}=0$  и  $N_{23}=P$ ; из уравнений  $\sum U=0$  и  $\sum V=0$  для узла 3 (рис. 4, г) получаем

$$N_{34} = -N_{23} \frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha} = -P \frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha} \quad \text{и} \quad N_{35} = N_{23} \frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha} = P \frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha};$$

из уравнения  $\sum Y=0$  для узла 4 (рис. 4, д) получаем

$$N_{45} = -N_{34} \sin \alpha = P \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sin 2\alpha}, \quad \text{а из уравнения } \sum X=0$$

можно определить величину опорной реакции  $R_y$ .

Некоторым недостатком данного метода служит тот факт, что погрешность или ошибка при вычислении силы в каком-нибудь стержне отражается на значениях последующих определяемых сил. Контролем может служить равновесие последнего узла 5, если опорные реакции  $V_5$  и  $H_5$  определены ранее.

По способу вырезания узлов, вообще говоря, может быть произведен расчет всякой статически определимой фермы. Однако для сложных ферм он приводит к большому числу совместных уравнений и применяется для них главным образом как вспомогательный.

На основании данного метода можно получить некоторые правила, а именно:

- 1) если в узле сходятся два стержня и нет узловой нагрузки, то оба стержня не работают, т.е. продольные усилия в них равны нулю (рис. 4 д);
- 2) если в узле сходятся три стержня, причем два из них лежат на одной прямой и нет узловой нагрузки, то продольная сила в третьем стержне

каждом стержне равна нулю, а продольные силы в двух остальных равны между собой.

Метод простых сечений. Данный метод состоит в том, что система разделяется на две части, а действие каждой связи заменяется искомыми усилиями, определяемыми из условий равновесия любой части.

Данный метод применяется, когда сечением разрезается не более трех стержней. Уравнения равновесия составляются так, чтобы каждое из них содержало только одно неизвестное. В зависимости от того, как составляется уравнение равновесия, различают два способа.

Д) Способ моментной точки применяется, когда сечением перерезаются три стержня, оси которых не пересекаются в одной точке (см., например, сечение I-I на рис. 5, а). Направления осей трех таких перерезанных стержней пересекаются попарно в трех точках, не лежащих на одной прямой.

Составляя последовательно уравнения моментов всех сил, действующих на отсеченную часть фермы, относительно этих трех точек и решая их, находим усилия, действующие в трех перерезанных стержнях.

Точка пересечения двух стержней, относительно которой составляется уравнение моментов, называется моментной.

В качестве примера рассмотрим ферму, изображенную на рис. 5, а. Для того, чтобы определить усилия в стержнях 1-2, 2-3 и 3-4, проведем сечение I-I и рассмотрим равновесие левой части фермы (рис. 5, б). Так из уравнения

$$\sum M_3^{лев} = N_{12} z_1 + R_A d = 0; \quad N_{12} = -R_A \frac{d}{z_1} = -\frac{M_3}{z_1};$$

а из уравнения

$$\sum M_K^{лев} = N_{23} z + R_A a = 0; \quad N_{23} = -R_A \frac{a}{z} = \frac{M_K}{z}.$$

Здесь через  $M_3 = R_A d$  и  $M_K = -R_A a$  - обозначены суммы моментов внешних сил, действующих на левую (или правую) часть фермы, относительно моментных точек 3 и К.

Если проведенное сечение пересекает четыре и более стержней, с неизвестными усилиями, то определение их всех из одного сечения в общем случае невозможно. Только в случае, если все рассеченные стержни, кроме одного, пересекаются в одной точке, силу в этом стержне можно определить из одного сечения.

Так, например, усилие в стержне 1-2 фермы, изображенной на рис. 6, а, можно определить, проведя сечение I-I, которое разрезает четыре стержня, и составив уравнение равновесия в виде суммы моментов всех сил, приложенных к правой части фермы, относительно моментной точки 4 (рис. 6, б):

$$\sum M_4^{прав} = R_B 2d + N_{12} h = 0; \quad N_{12} = -R_B 2d/h.$$

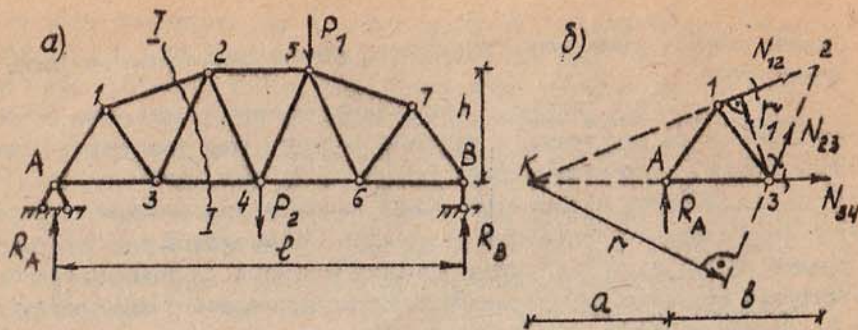


Рис. 5.

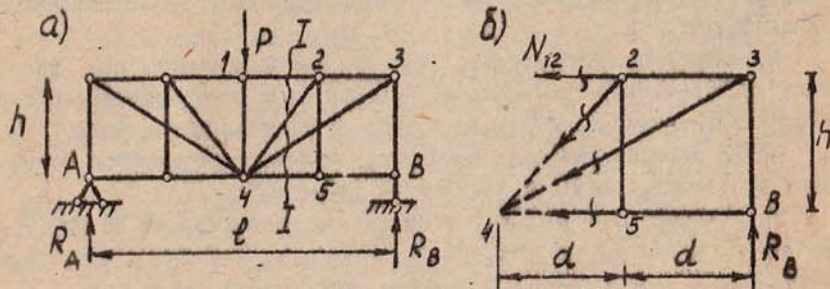


Рис. 6.

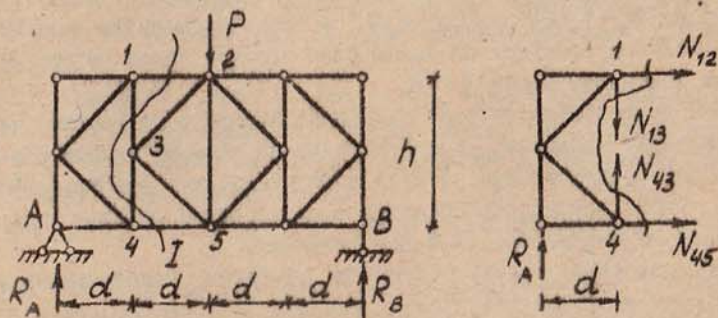


Рис. 7.

Для того, чтобы определить усилие в стержне 4-5 фермы, изображенной на рис. 7, а, необходимо провести сечение I-I и записать выражение суммы моментов всех сил, приложенных к левой части фермы, относительно моментной точки I:

$$\sum M_I^{лев} = R_A d - N_{45} h = 0, \quad N_{45} = R_A \frac{d}{h}.$$

2. Способ проекций применяют, когда моментная точка оказывается в бесконечности, т.е. при параллельности двух стержней из трех рассеченных. Для определения неизвестного усилия составляется уравнение равновесия в виде суммы проекций всех сил, действующих на отсеченную часть фермы, на направление, перпендикулярное к двум параллельным стержням. Так, например, для определения усилия в стержне 2-5 фермы, изображенной на рис. 8, а, необходимо спроектировать на вертикаль все силы, приложенные к левой части фермы (рис. 8, б). Тогда

$$\sum V^{лев} = R_A - N_{25} \cos \alpha = 0, \quad N_{25} = R_A \frac{1}{\cos \alpha}.$$

Для получения усилия в стойке 2-4 составляем уравнение (см. рис. 8, в):

$$\sum V^{лев} = R_A + N_{24} = 0, \quad N_{24} = -R_A.$$

Метод совместных сечений. Данный метод применяется в случаях, когда неприменим метод простых сечений, т.е. если в сечении более трех неизвестных, подлежащих определению. Идея совместного использования нескольких сечений состоит в том, чтобы составить такие уравнения равновесия, которые содержат только некоторые неизвестные в количестве, равном числу разрезанных первым сечением стержней без двух. Поэтому при использовании метода совместных сечений необходимо составлять уравнения равновесия таким образом, чтобы они не содержали иных неизвестных, кроме неизвестных сил, подлежащих определению.

Так, например, если проведенное сечение разрезо четыре стержня, усилия в которых неизвестны, то для определения их необходимо провести еще одно сечение так, чтобы оно проходило хотя бы через один из стержней, разрезанных первым сечением. Далее усилия в двух стержнях, разрезанных первым сечением, могут быть определены из двух уравнений равновесия, составленных с использованием данных сечений, так чтобы они содержали только два определяемых усилия. Другими словами, в этом случае используются два совместных сечения. Если первоначальное сечение разрезает пять стержней, то необходимо провести еще два сечения и, используя три совместных сечения, составить три уравнения, которые содержат только три неизвестных усилия, подлежащих определению и т.д. При этом

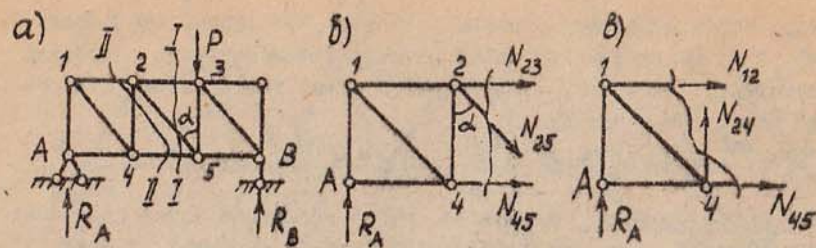


Рис. 8.

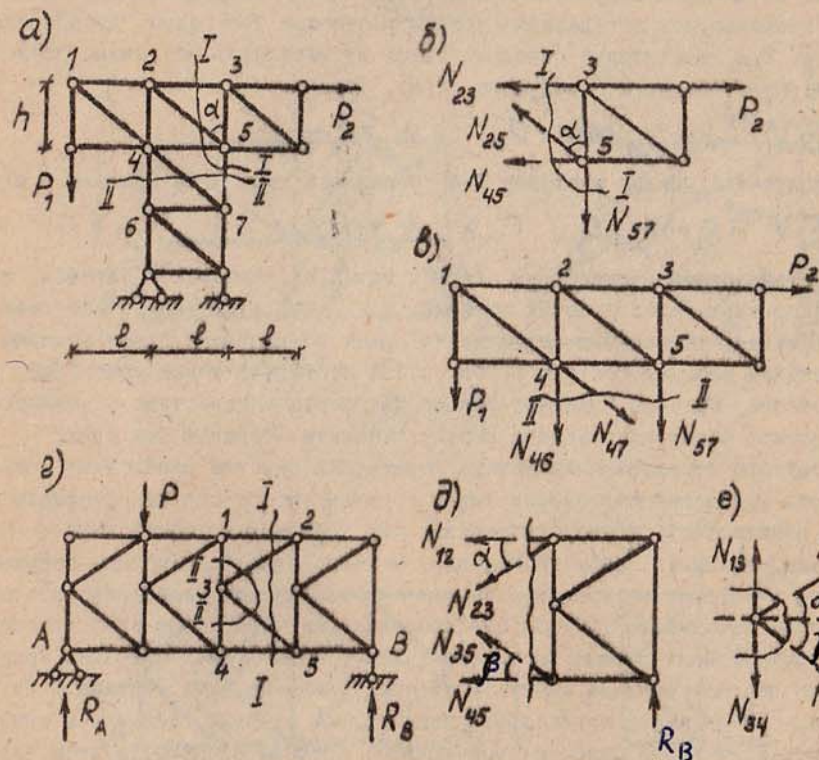


Рис. 9.

для каждого из совместных сечений составляется только одно уравнение равновесия.

В качестве примера рассмотрим определение усилия в стержне 2-5 фермы, изображенной на рис. 9, а. Проводим сечение I-I через четыре стержня и составляем условие равновесия правой части в виде суммы проекций всех сил на вертикаль (рис. 9, б):

$$\sum V^{прав} = N_{25} \cos \alpha - N_{57} = 0. \quad (I.1.)$$

В полученное уравнение входят два неизвестных усилия  $N_{25}$  и  $N_{57}$ . Для определения усилия в стержне 5-7 проводим сечение II-II и составляем условие равновесия верхней части (рис. 9, в) в виде суммы моментов всех сил, действующих на отсеченную часть, относительно узла 4:

$$\sum M_4^{верх} = N_{57} l + P_2 h - P_1 l = 0. \quad (I.2.)$$

Решая совместно уравнения (I.1.) и (I.2.), находим

$$N_{25} = (P_1 l - P_2 h) / l \cos \alpha.$$

При использовании данного метода при определении усилий в стержнях фермы одним из сечений может быть сечение, с помощью которого вырезается узел. Так, например, для определения усилия в стержне 2-3 фермы, изображенной на рис. 9, г, сначала рассекаем ферму сечением I-I и составляем условие равновесия левой части в виде:

$$\sum V^{прав} = N_{32} \sin \alpha - N_{35} \sin \beta + R_B = 0.$$

Для составления второго уравнения вырезаем узел 3 и составляем условие равновесия узла в виде:

$$\sum H = N_{32} \cos \alpha + N_{35} \cos \beta = 0.$$

Решая совместно полученные уравнения, находим

$$N_{32} = -R_B / (\sin \alpha + \cos \alpha \operatorname{tg} \beta).$$

## II. Кинематический метод определения усилий

Кинематический метод определения усилий в стержнях фермы основан на использовании принципа возможных перемещений и состоит в составлении уравнения работ всех сил, приложенных к системе с исключенной связью, усилие в которой определяется. Применение данного метода заключается в следующем:

- 1) разрезается стержень, усилие в котором определяется;
- 2) действие устраненной связи заменяем неизвестным усилием;
- 3) одному из дисков системы задаем бесконечно малое возможное перемещение;
- 4) определяем перемещения точек приложения всех сил, включая и реакцию устраненной связи, в направлении действия сил;

- 5) составляем выражение работ всех сил, включая и работу реакции устраненной связи, и приравняем к нулю;  
 6) решаем полученное уравнение относительно неизвестной реакции устраненной связи.

Проиллюстрируем применение данного метода на примере определения усилия в стержне 1-2 (см. рис. 10). В соответствии с вышеизложенным порядком разрезаем стержень 1-2 и заменяем усилие в нем неизвестными реакциями  $N_{12}$ . Далее задаем бесконечно малое возможное перемещение левому диску, который повернется относительно опоры А на угол  $\varphi$ , правый диск при этом повернется относительно опоры В на угол  $\varphi$ . Определим перемещения точек приложения всех сил:

$$\Delta_p = \frac{e}{2} \cdot \varphi, \quad \Delta_1 = h \cdot \varphi, \quad \Delta_2 = h \cdot \varphi.$$

Составляем уравнение работ  $P\Delta_p + N_{12}(\Delta_1 + \Delta_2) = 0$ , отсюда  $N = -P\Delta_p / (\Delta_1 + \Delta_2)$ .

Знак минус говорит о том, что данный стержень сжат.

### III. Метод замены стержней.

Выше были рассмотрены методы определения усилий в стержнях ферм, образованных по правилу треугольника. Такие фермы называются простейшими. На практике часто встречаются фермы и другие шарнирно-стержневые системы со сложной геометрической структурой. Такие системы называются сложными. Определение усилий в стержнях сложных ферм часто требует совместного решения уравнений, что вызывает определенные трудности, особенно при ручном счете. Однако в ряде случаев сложные системы могут быть приведены к простейшим путем перестановки отдельных стержней без нарушения геометрической неизменяемости системы, расчет которых представляет собой более простую задачу. Перестановка стержней состоит в удалении одних стержней — заменяемых и введением в систему других — заменяющих. Полученная система, называемая преобразованной, должна быть простой, чтобы усилия в стержнях определялись по методу простых сечений или по методу вырезания узлов. Действие устраненных связей (стержней) заменяется неизвестными реакциями связей (усилиями). Таким образом, преобразованная система будет нагружена не только заданной нагрузкой, но и неизвестными реакциями устраненных связей. Поскольку в заданной системе заменяющих стержней нет, то из условия статической эквивалентности заданной и преобразованной системы получаем, что усилия в заменяющих стержнях должны быть равны нулю от совместного действия заданной нагрузки и неизвестных усилий заменяемых стержней. Из данного условия определяем реакции устраненных связей, и тогда усилия в стержнях заданной системы и преобразованной будут равны.

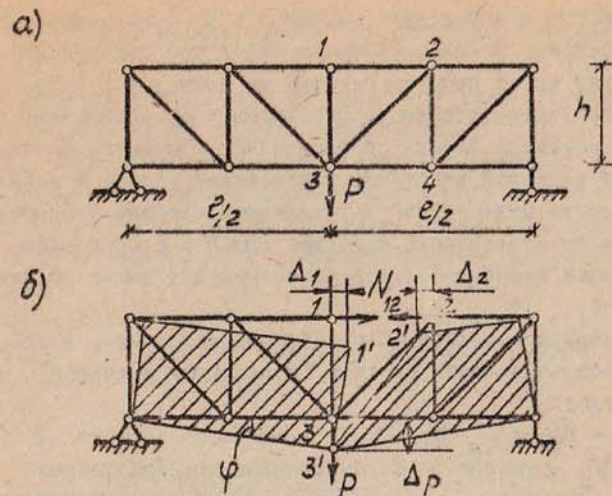


Рис. 10.

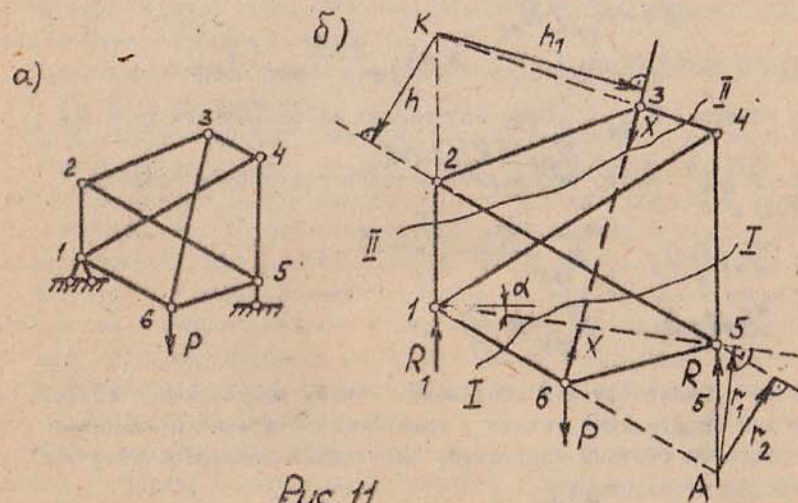


Рис. 11.

Так, например, ферма, изображенная на рисунке II, а, не принадлежит к классу простейших. В каждом узле сходится три стержня и при определении усилий метод простых сечений не приводит к цели. Воспользуемся методом замены стержней. Переходим к преобразованной системе, заменяя стержень 3-6 на стержень 1-5. Обозначим  $X$  - усилие в стержне 3-6 от заданной нагрузки. Неизвестное усилие  $X$  найдем из условия равенства нулю усилия в заменяющем стержне 1-5 преобразованной системы от совместного действия сил  $P$  и  $X$ . При этом усилия во всех стержнях преобразованной системы будут такие же, как и в стержнях заданной.

На основании принципа независимости действия сил усилие в любом  $i$ -ом стержне преобразованной системы (а значит и заданной) можно найти по формуле:

$$N_i = N_{ip} + \bar{N}_{ix} \cdot X$$

Здесь обозначено:  $N_{ip}$  - усилие в  $i$ -ом стержне преобразованной системы от заданной нагрузки;  $\bar{N}_{ix}$  - усилие в  $i$ -ом стержне преобразованной системы от сил  $X$ , равных единице.

Тогда усилие в заменяющем стержне  $N_e$ , которое должно быть равно нулю, можно определить аналогично:

$$N_e = N_{ep} + \bar{N}_{ex} \cdot X = 0$$

Отсюда

$$X = -N_{ep} / \bar{N}_{ex}$$

Или в случае нашей фермы:

$$X = N_{3-6} = -N_{15p} / \bar{N}_{15x}$$

При этом усилие  $N_{15p}$  можно определить из равновесия узла 5:

$$N_{15p} = -R_5 / \sin \alpha$$

а усилие  $\bar{N}_{15x}$  можно определить методом совместных сечений I-I и II-II:

$$\sum M_A = 0, \quad \bar{N}_{15x} = \frac{Xz - \bar{N}_{25x}z_1}{z_1}$$

$$\sum M_K = 0, \quad \bar{N}_{25x} = X \frac{h_1}{h}$$

В более сложных случаях производят замену нескольких стержней. При этом для определения усилий в заменяющих стержнях приходится решать совместно систему уравнений, выражающих равенство нулю усилий в заменяющих стержнях:

$$N_k = N_{kp} + \sum_{i=1}^n \bar{N}_{ki} X_i = 0 \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

Здесь  $k$  - номер заменяющего стержня;  $n$  - число заменяющих стержней;  $N_{ki}$  - усилие в  $k$ -ом заменяющем стержне от сил  $X_i = 1$ ;

$N_{kp}$  - усилие в  $k$ -ом заменяющем стержне от заданной нагрузки.

Решая полученную систему уравнений, находим значения  $X_1, \dots, X_n$ .

Положение заменяющего стержня в сложной системе не всегда очевидно, но его можно найти следующим образом:

- 1) устрояем какой-либо стержень из сложной фермы;
- 2) последовательно отбрасываем в оставшейся части системы узлы, присоединенные двумя стержнями каждый, до тех пор, пока не обнаружится стержень, не имеющий достаточной связи с оставшейся частью системы;
- 3) стержень, необходимый для закрепления его, и будет заменяющим;
- 4) если полученная ферма не относится к классу простейших, то с ней поступаем аналогично.

## §2 Фермы с составными элементами

### 1. Предварительные замечания

Усилия в стержнях фермы способом моментной точки определяются по формуле:

$$N = \pm M / z$$

где  $M$  - момент левых или правых сил относительно моментной точки;  $z$  - плечо усилия  $N$  относительно этой точки.

Из этой формулы видно, что чем больше  $z$ , тем меньше (при прочих равных условиях) усилие  $N$ .

Увеличение высоты фермы приводит к увеличению плеч  $z$  и уменьшению усилий в ее элементах.

По конструктивным соображениям удобно располагать раскосы фермы так, чтобы они составляли со стойками и поясами углы, близкие к  $45^\circ$ . Поэтому увеличение высоты фермы приводит к увеличению длины панелей. Так, например, для соблюдения этого условия панели фермы с параллельными поясами должны быть примерно равны высоте фермы (рис. 12, а).

Устройство больших панелей вызывает увеличение массы проезжей части моста - вспомогательных балок, опирающихся на поперечные балки. При этом экономия материала на поясах фермы, достигаемая при увеличении высоты фермы, может оказаться меньше дополнительного его расхода на устройство проезжей части.

Задача увеличения высоты фермы может быть рационально решена заменой в составе каждой панели стержней грузового пояса составными элементами в виде двухопорных фермочек (рис. 12, б). Такие фермы называют фермами с составными, или сложными элементами. В ферме,

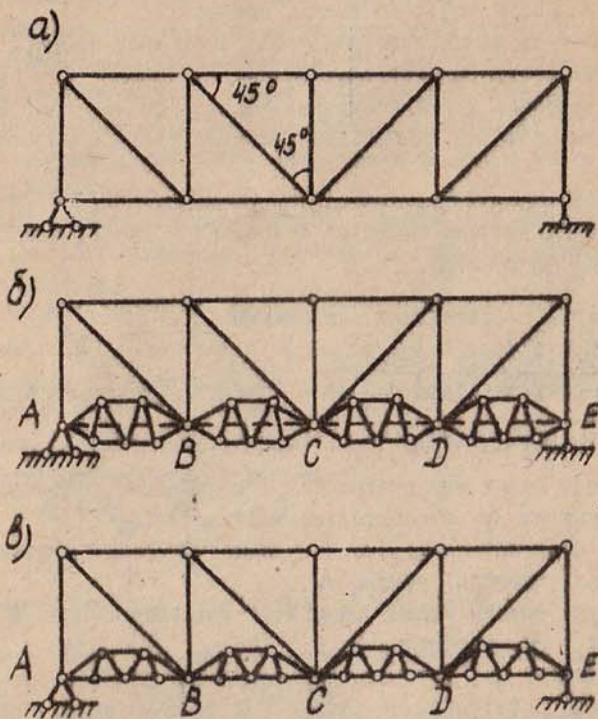


Рис. 12.

изображенной на рис. 12, б, такими элементами являются фермы  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DE$ . Заменяя составные стержни прямолинейными, получаем первоначальную, так называемую основную ферму, из которой образована ферма с составными элементами. Узлы основной фермы называются главными; узлы, расположенные между главными — дополнительными. При отсутствии составных элементов и том же приложении нагрузки стержень основной фермы  $BC$  испытывал бы, кроме действия осевой силы, еще поперечный изгиб от силы  $P$ .

В случае, если один из поясов составного элемента (фермочек  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DE$ ) совпадает с осевой линией  $AE$  (рис. 12, в), то в этом случае составной элемент называют шпренгелем, а ферму — шпренгельной. Различные виды шпренгелей будут рассмотрены далее.

Шпренгели позволяют поставить поперечные балки не только в основных узлах фермы, но и в дополнительных и уменьшить за счет этого сечения вспомогательных балок. В результате существенно облегчается проезжая часть моста. Применение шпренгелей позволяет избежать увеличения проезжей части моста при возрастании длины панели и добиться уменьшения усилий в поясах фермы путем увеличения ее высоты.

## II. Определение усилий в фермах с составными элементами

При расчете ферм с составными элементами (рис. 13, а) рассмотрим два случая действия внешней нагрузки: 1) нагрузка не приложена в дополнительных узлах данного составного элемента; 2) нагрузка имеется и в промежуточном узле фермочки.

В первом случае (элемент  $AB$  на рис. 13, б), выделяя фермочку разрезами у главных узлов, получаем из условий равновесия составного элемента, что по концам его со стороны главных узлов будут действовать только осевые силы  $U_1$ , направленные по прямой, соединяющей главные узлы. Эти осевые усилия легко определяются из условий равновесия части основной фермы, расположенной левее сечения I-I (рис. 13, в):

$$\sum M_E^{лев} = R_A B - U_1 h = 0, \quad U_1 = R_A B / h.$$

Определим теперь усилия в стержнях составного элемента  $BC$ , и дополнительному узлу 2 которого приложена вертикальная нагрузка  $P$ . Выделим этот элемент из фермы разрезами у главных узлов  $B$  и  $C$  (рис. 13, г). Реакции со стороны узлов  $B$  и  $C$  представляем каждую в виде двух составляющих  $V_B, U_2$  и  $V_C, U_2$ , из которых составляющие  $U_2$  направлены по оси составного элемента, т.е. по линии  $BC$ .

Из условия равновесия элемента ЭС в виде  $\sum H=0$  получаем, что правая горизонтальная реакция  $U_2$  равна по величине и противоположна по направлению левой реакции  $U_2$ ; найти же величину из условия равновесия элемента ЭС невозможно. Вертикальные реакции  $V_B$  и  $V_C$  легко находятся из условий равновесия элемента ЭС в виде  $\sum M_B=0$  и  $\sum M_C=0$ , а именно:

$$V_B = P(d-a)/d, \quad V_C = Pa/d. \quad (1.3)$$

Другими словами, вертикальные реакции  $V_B$  и  $V_C$  составного элемента ЭС от местной нагрузки находят так же, как реакции простой балки с пролетом  $l=d$ . Можно считать составной элемент ЭС опертый статически определимо на главные узлы. Усилия в стержнях составного элемента ЭС можно найти, зная все внешние силы для него, в том числе и осевые силы  $U_2$ .

Таким образом, составной элемент ЭС передает местную вертикальную нагрузку, приложенную к дополнительным узлам, вертикально в нижние узлы основной фермы, на которые он опирается.

Для определения осевых сил рассмотрим равновесие части всей фермы (рис. 13, д). Выделив сложный элемент ЭС из заданной фермы, возмещаем его связи В и С опорными давлениями  $V_B$  и  $V_C$  и осевыми силами  $U_2$ , направленными от узлов. Опорные давления  $V_B$  и  $V_C$  по величине равны вертикальным опорным реакциям фермочки и определяются формулами (1.3). Рассекая всю ферму сечением III-III и рассматривая равновесие левой части, составляем уравнение равновесия в виде:

$$\sum M_K^{лев} = V_B(b-d) + U_2 h - R_A b = 0,$$

откуда

$$U_2 = \frac{R_A b - V_B(b-d)}{h} = \frac{M_K^{лев}}{h}, \quad (1.4)$$

где  $M_K^{лев}$  — момент левых вертикальных сил относительно точки К. Выражение (1.4) показывает, что осевая сила составного элемента вычисляется так же, как в элементе простой фермы, но особенность является разложение промежуточной нагрузки на составляющие  $V_B$  и  $V_C$ , приложенные к главным узлам.

Определив осевые силы  $U_2$ , возвращаемся к определению усилий в стержнях составного элемента (рис. 13, в). Найдем усилие в стержне I-2. Для этого проведем разрез II-II и рассмотрим равновесие левой части фермочки:

$$\sum M_3^{лев} = V_B d_1 + U_2 z_1 - N_{12} z = 0,$$

откуда

$$N_{12} = V_B \frac{d_1}{z} + U_2 \frac{z_1}{z}.$$

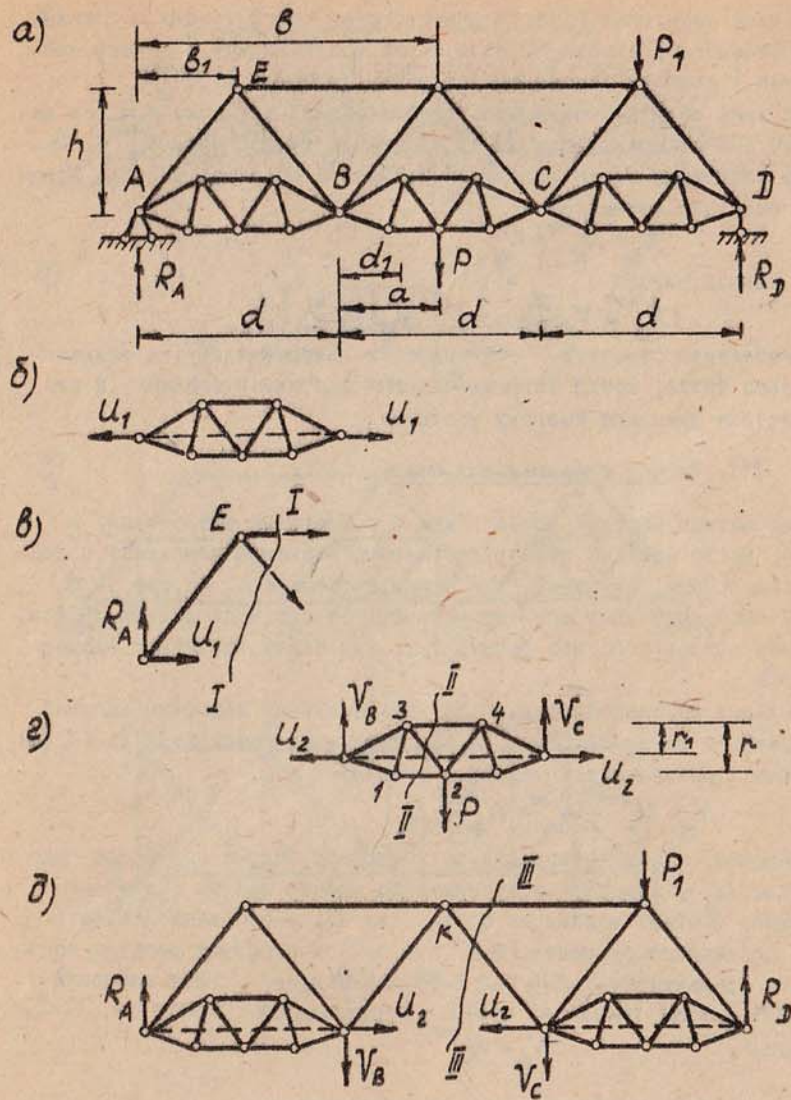


Рис. 13.

Первый член правой части представляет собой усилие в стержне I-2 составного элемента BC от местной вертикальной нагрузки, приложенной к данному составному элементу; назовем ее  $N_{12}^{мес}$ . Второй член правой части можно рассматривать как усилие в том же стержне I-2 от осевых сил  $U_2$ ; обозначим второй член  $N_{12}^{ос}$ . Получаем следующее общее выражение для полного усилия в любом стержне составного элемента:

$$N_{12} = N_{12}^{мес} + N_{12}^{ос} \quad (1.5.)$$

где в данном случае

$$N_{12}^{мес} = V_B \frac{d_1}{2}, \quad N_{12}^{ос} = U_2 \frac{z_1}{2}.$$

Необходимо отметить, что усилие от местной нагрузки возникает только тогда, когда загружен данный составной элемент, и это воздействие называют поэтому местным.

### III. Расчет шпренгельных ферм

Рассмотрим частный случай ферм с составными элементами, а именно, когда один из поясов составного элемента совпадает с осевой линией. Так, например, для фермы, изображенной на рис. 14, а, нижний пояс составных элементов совпадает с осевой линией ABCD и с нижним поясом основной фермы, т.е. для таких составных элементов  $z_1 = z_2$ .

Выделив составной элемент BC, подверженный действию местной вертикальной нагрузки (рис. 14, б), получим по общей формуле (1.5.) следующее выражение для усилия в стержне I-2:

$$N_{12} = N_{12}^{мес} + N_{12}^{ос} = N_{12}^{мес} + U_2.$$

Заметим, что в данном случае усилие от осевых сил равно осевой силе  $U_2$ , которая воспринимается нижним поясом составного элемента. Поэтому усилия от осевых сил  $U_2$  в стержнях верхнего пояса составного элемента (B-4, 4-5, 5-C) и стержнях решетки составного элемента (4-1, 2-4, 5-2, 5-3) равны нулю. Эти элементы получают усилия только от местной вертикальной нагрузки, т.е., например,

$$N_{54} = N_{54}^{мес}.$$

Такие составные элементы называют шпренгельными.

Таким образом, составные элементы с одним прямолинейным поясом, совпадающим с осевой линией, у которых все стержни, кроме стержней данного прямого пояса, работают только на местную нагрузку, называют шпренгельными, а фермы - шпренгельными.

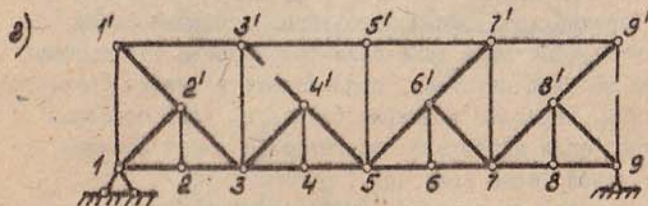
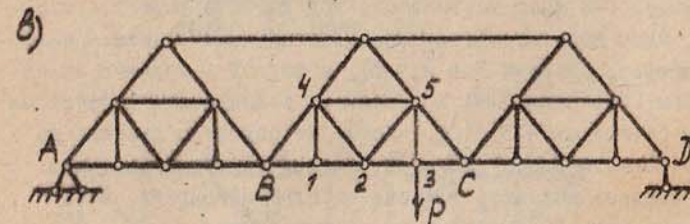
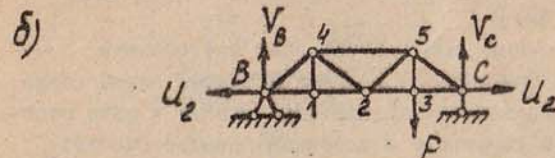
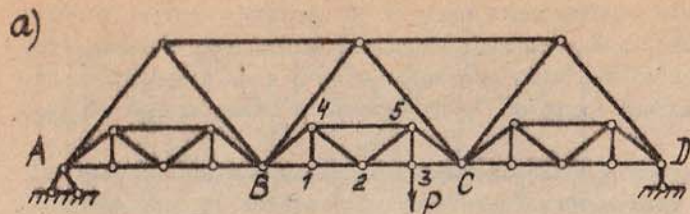


Рис. 14.

Отметим, что шпренгельный элемент ВС передает местную вертикальную нагрузку, приложенную к дополнительным узлам нижнего (грузового) пояса в нижние узлы основной фермы В и С, на которые опирается шпренгельный элемент. Такие шпренгели будем называть одноярусными.

С конструктивной точки зрения удобно узлы 4 и 5 шпренгеля ВС и аналогичные узлы других шпренгелей расположить на раскосах основной фермы путем образования промежуточных узлов на раскосах основной фермы (см. рис. 14, в).

Образование промежуточных узлов на раскосах треугольной (рис. 14, в) или раскосной (рис. 14, г) решетки основной фермы можно условно рассматривать, как конструктивное объединение в один стержень примыкающих стержней шпренгеля и основной фермы, и считать, что этот стержень есть сложный поясный элемент — шпренгель, только в скрытом виде. Это дает возможность при расчете выделять скрытый шпренгель, один пояс которого образован поясным стержнем основной фермы (например, стержни 3-4 и 4-5), а другой — крайним шпренгельным раскосом (стержень 3-4) и стержнем, совпадающим с раскосом основной фермы (стержень 4-5), на участке от поясного стержня до этого крайнего шпренгельного раскоса. Поэтому очень важно уметь при расчете правильно выделить в ферме скрытые шпренгели. В качестве примера на рис. 16 выделены такие шпренгели.

Ранее было установлено, что шпренгели передают местную вертикальную нагрузку вертикально в узлы того пояса основной фермы, на которые они опираются. При этом выше были рассмотрены одноярусные шпренгели, которые местную нагрузку, приложенную к нижним (верхним) дополнительным узлам, передают в нижние (верхние) узлы основной фермы. Это возможно, если шпренгель представляет собой сложный элемент т грузового пояса фермы (рис. 14).

Рассмотрим другой тип шпренгелей, представляющих собой сложный элемент негрузового пояса. Такие шпренгели называют двухъярусными. Двухъярусный шпренгель можно образовать, соединив промежуточный узел раскоса стержнем с дополнительным узлом не того пояса, на узлы которого опирается шпренгель, а противоположного (рис. 15, а).

Как и в случае одноярусных шпренгелей, стержни двухъярусных шпренгелей работают только на местную нагрузку. Так, например, из равновесия шпренгеля (рис. 15, б) следует, что стержни 3'-4', 4'-5' и 4-4' шпренгеля работают только, если нагрузка имеется в узле 4. Кроме того, отсюда легко видеть, что двухъярусные шпренгели местную вертикальную нагрузку, приложенную к дополнитель-

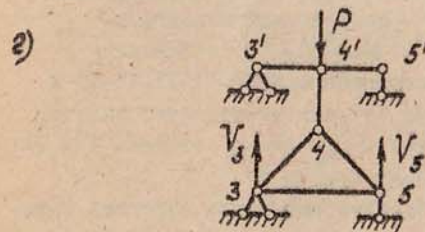
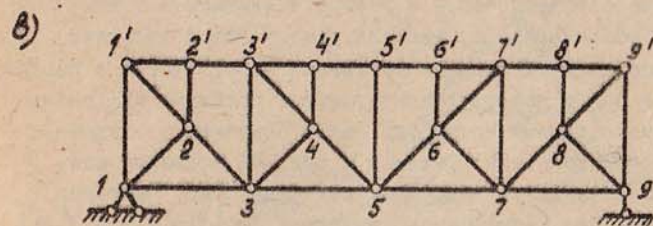
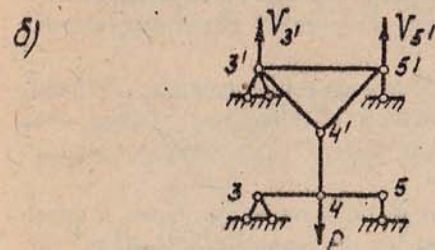
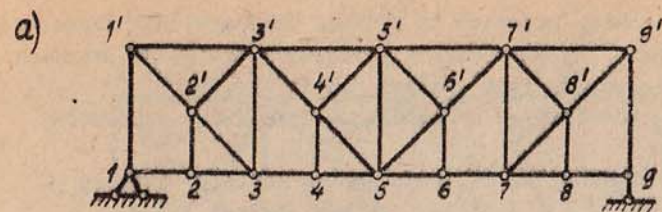


Рис. 15.

ным узлам нижнего пояса, передают на верхние узлы основной фермы (рис. 15, б), а нагрузку, приложенную к дополнительным узлам верхнего пояса, передают в основные узлы нижнего пояса (рис. 15, г).

Таким образом, все стержни шпренгельных ферм можно разделить на три категории:

1. Стержни, принадлежащие только основной ферме. (например, стержни 3-3', 3'-5', 3'-4' рис. 14, г и стержни 3-3', 3-4, 4-5, 4'-5' рис. 15, а). Усилия в этих стержнях возникают только от осевых сил и определяются из условий равновесия основной фермы.

2. Стержни, принадлежащие только шпренгелям (например, стержни 3-4' и 4-4' на рис. 14, г и стержни 4-4' и 4'-5' на рис. 15, а). Усилия в них возникают только от действия местной нагрузки и определяются из условий равновесия шпренгеля.

3. Стержни, принадлежащие одновременно и основной ферме и шпренгелю (стержни 3-4, 4-5, 5-4' рис. 14, г и стержни 3'-5', 3'-4' рис. 15, а). Усилия в этих стержнях определяют, суммируя усилия от осевых сил в стержне основной фермы и усилие в слившемся с ним стержне шпренгеля, возникающее от местной вертикальной нагрузки.

Рассмотрим более сложные типы шпренгельных ферм. Врезая в раскос каждой панели два и более промежуточных узлов и соединяя их дополнительными стержнями с узлами грузопояса, получаем двухшпренгельные (или многшпренгельные) фермы. На рис. 16 показаны различные варианты образования двухшпренгельных ферм. Так, например, в первой панели имеем два двухъярусных шпренгеля 2-2'-1'-4' и 3-3'-1'-4'; во второй панели - одноярусный шпренгель 4-6'-7-6-4 и двухъярусный шпренгель 5-5'-4'-7'; в третьей панели - одноярусный шпренгель 9-9'-7-10, и двухъярусный 8-8'-9'-10'-7'; и наконец, в четвертой, панели имеем два одноярусных шпренгеля 10-11'-13-11-10 и 10-12'-13-12-10. Отметим, что некоторые стержни принадлежат одновременно основной ферме и двум шпренгелям (например, стержни 1'-2', 8'-9', 12'-13, 10-11, 11-12).

### §3. Анализ усилий в стержнях балочных ферм при вертикальной нагрузке

Рассмотрим простую балочную ферму с произвольным очертанием поясов и раскосной решеткой, находящуюся под действием произвольной

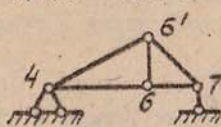
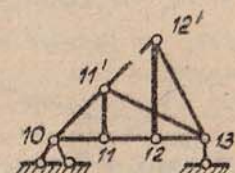
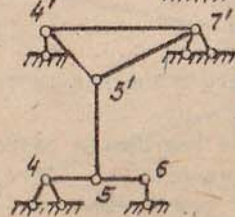
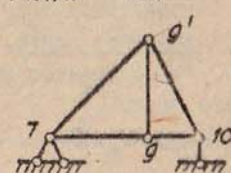
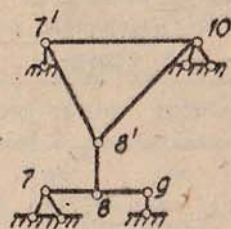
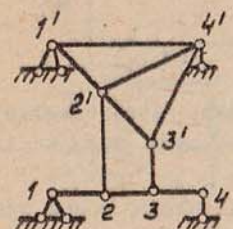
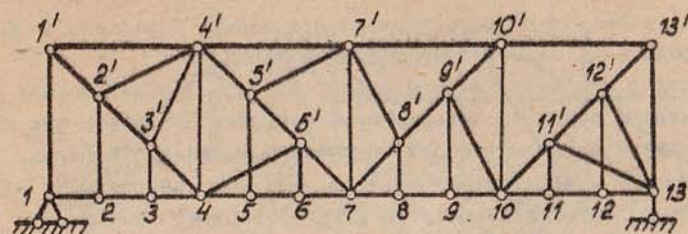


Рис. 16.

вертикальной нагрузки (рис. 17, а). На рисунке 17, б показаны эквивалентная балка и эпюра изгибающих моментов от той же нагрузки, действующей на эквивалентную балку. Определим в общем виде продольные силы в стержнях этой фермы.

1. Усилия в стержнях нижнего пояса. Для определения усилий в стержнях нижнего пояса разрезаем ферму сечением I-I через три стержня  $n$ -ой панели и рассматриваем равновесие левой части фермы. Уравнение равновесия в виде суммы моментов всех сил, действующих на левую часть фермы, относительно узла  $(n-1)$ ' верхнего пояса

$$M_{n-1} - U_n h_{n-1} \cos \beta_n = 0$$

дает усилие в стержне  $(n-1)$ -н нижнего пояса:

$$U_n = M_{n-1} / h_{n-1} \cos \beta_n. \quad (1.6.)$$

Здесь через  $M_{n-1}$  обозначен момент внешних сил, расположенных левее сечения. Опорная реакция  $R_A$  также считается внешней силой.

Из соотношения (1.6.) следует, что стержни нижнего пояса при вертикальной нагрузке, направленной вниз, — растянуты.

2. Усилия в стержнях верхнего пояса. Уравнение равновесия левой части фермы (рис. 17, а) составляем в виде суммы моментов относительно узла  $n$  нижнего пояса

$$\sum M_n^{лев} = M_n + O_n h_n \cos \alpha_n = 0$$

и получаем

$$O_n = -M_n / h_n \cos \alpha_n. \quad (1.7.)$$

Отсюда следует, что стержни верхнего пояса при вертикальной нагрузке, направленной вниз, — сжаты.

3. Усилия в раскосах. Уравнение равновесия записываем в виде суммы проекций сил на горизонтальную ось:

$$\sum H^{лев} = O_n \cos \alpha_n + D_n \cos \gamma_n + U_n \cos \beta_n = 0.$$

Учитывая выражения (1.6.) и (1.7.), для усилий в стержнях нижнего и верхнего поясов получаем:

$$D_n = (M_n / h_n - M_{n-1} / h_{n-1}) / \cos \gamma_n. \quad (1.8.)$$

4. Усилия в стойках. Для определения усилия в  $n$ -ой стойке вырезаем узел  $n$  нижнего пояса. Проектируя все силы, приложенные к узлу, на вертикальную ось, получаем уравнение равновесия узла в виде:

$$V_n - P_n - V_{n+1} \sin \beta_{n+1} + U_n \sin \beta_n + D_n \sin \gamma_n = 0.$$

Используя выражения (1.6.), (1.7.) и (1.8.), находим

$$V_n = P_n + \frac{M_n}{h_n} \operatorname{tg} \beta_n - \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \operatorname{tg} \beta_{n-1} - \left( \frac{M_n}{h_n} - \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \right) \operatorname{tg} \gamma_n \quad (1.9.)$$

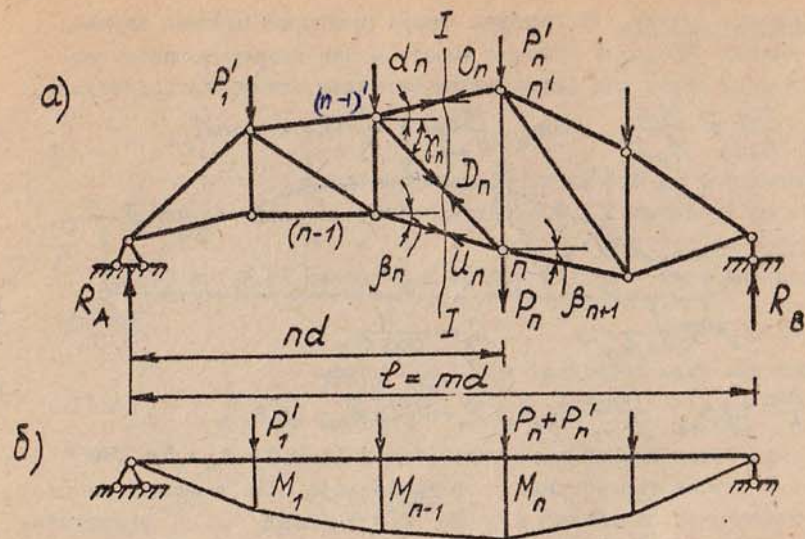


Рис. 17.

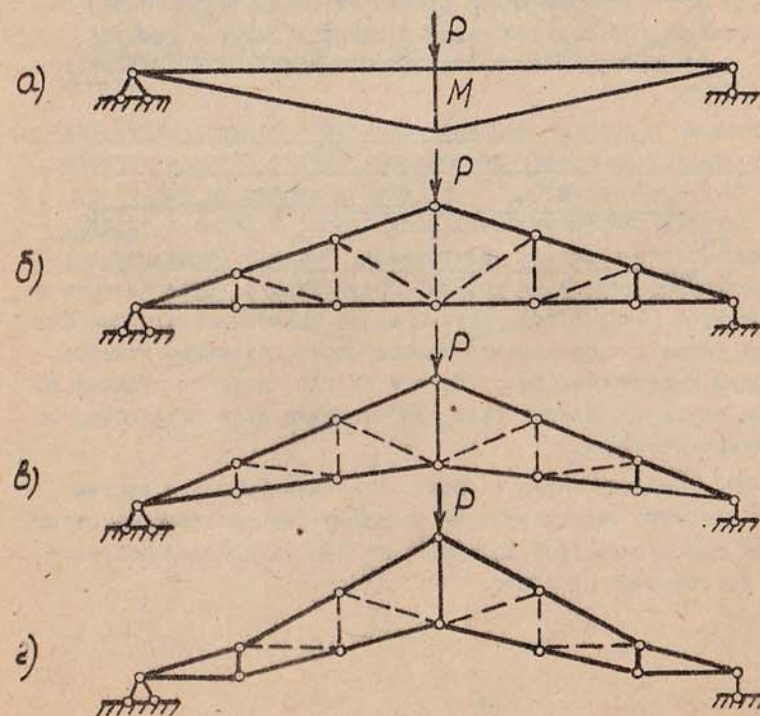


Рис. 18.

5. Частные случаи. Рассмотрим теперь некоторые частные случаи ферм, а именно фермы, у которых высоты стоек пропорциональны моментам внешних левых сил (изгибающим моментам эквивалентной балки), т.е.

$$\frac{h_n}{h_{n-1}} = \frac{M_n}{M_{n-1}} \quad \text{или} \quad \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} = \frac{M_n}{h_n} = H = \text{const}.$$

Конфигурация поясов при этом не имеет значения.

Тогда из выражения (I.9.) непосредственно следует, что  $D_n = 0$ , т.е. раскосы не работают.

Продольные силы в поясах при этом согласно (I.6.) и (I.7.) равны:

$$U_n = \frac{H}{\cos \beta_n}, \quad O_n = -\frac{H}{\cos \alpha_n}. \quad (\text{I.10.})$$

Продольные силы в стойках по (I.9.) равны:

$$V_n = P_n + \frac{M_n}{h_n} \operatorname{tg} \beta_n - \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \operatorname{tg} \beta_{n-1} = P_n + H(\operatorname{tg} \beta_{n+1} - \operatorname{tg} \beta_n). \quad (\text{I.11.})$$

Если в такой ферме нижний пояс прямолинеен (т.е.  $\beta_n = \beta_{n+1} = \beta = \text{const}$ ) и в частном случае горизонтален, то продольная сила в нижнем поясе на всей протяженности постоянна и равна  $U = H / \cos \beta$ , а продольная сила в стойках  $V_n = P_n$ .

Если к тому же нагрузка приложена только к верхнему поясу, то усилия в стойках  $V_n = 0$  и работающими стержнями фермы будут только пояса. Это заключение справедливо и для шарнирных ферм, у которых верхний пояс прямолинеен, а нагрузка приложена только к нижнему поясу.

Таким образом, в простой балочной шарнирной ферме с одним прямолинейным поясом при нагрузке, приложенной только к узлам другого пояса, если  $M_n/h_n = H = \text{const}$ , раскосы и стойки не работают.

Частным случаем рассматриваемых ферм является ферма с одним горизонтальным поясом и другим треугольным. В такой ферме при нагрузке сосредоточенной силой на вершине треугольного пояса раскосы и стойки не работают (рис. 18, б). Всякий излом прямолинейного пояса в треугольной ферме при сохранении высоты стоек сохраняет нулевые продольные силы в раскосах (рис. 18, в и 18 г). Однако в стойках в местах излома пояса продольные силы уже не равны нулю независимо от места приложения нагрузки.

На рис. 19. показана ферма с одним горизонтальным и с другим поясом, узлы которого расположены на параболе (параболические фермы); в такой ферме при равномерной узловой нагрузке на параболическом поясе раскосы и стойки не работают.

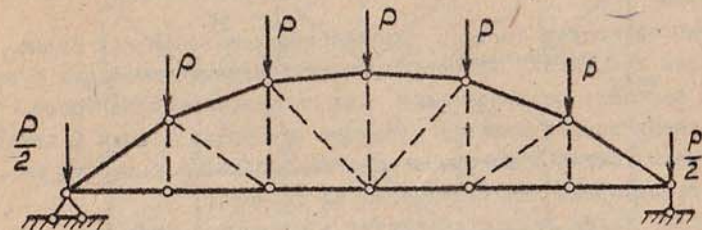


Рис. 19.

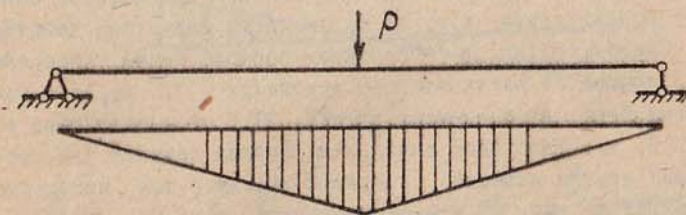
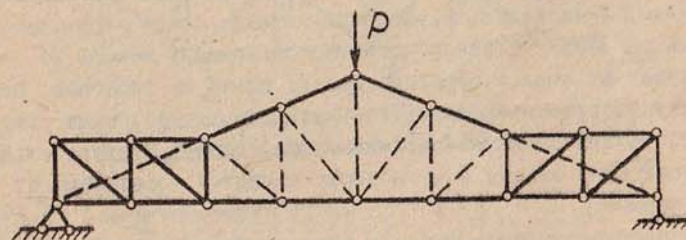


Рис. 20.

Если для фермы не на всем ее протяжении соблюдается равенство  $M_n/h_n = \text{const}$  (рис. 20), то полученные выше выводы справедливы только для той части фермы (заштрихованная часть эпюры), где это равенство имеет место.

Рассмотрим раскосную ферму с параллельными поясами под равномерной узловой нагрузкой. На рис. 21, а-в показаны три фермы с параллельными поясами, различающиеся лишь расположением раскосов. В этих и некоторых других случаях характер изменения усилий в стержнях ферм, знаки усилий и некоторые другие особенности работы ферм могут быть установлены без выполнения их расчетов.

Рассмотрим, какие усилия возникают в элементах этих ферм при действии на них равномерно распределенной нагрузки, так что  $P = qd$ . Будем при этом сравнивать ферму с простой однопролетной балкой (рис. 21, г); на рис. 21, д, е показаны эпюры  $M$  и  $Q$  для такой балки. Из эпюры  $M$  видно, что нижние волокна балки фермы растянуты, а верхние — сжаты; следовательно, элементы нижнего пояса фермы растянуты, а элементы верхнего пояса — сжаты. Изгибающий момент  $M$  в балке возрастает от опор к середине балки; плечо же пары сил, образующей усилиями в элементах верхнего и нижнего поясов фермы, равное ее высоте, постоянно по длине рассматриваемых ферм. Следовательно, усилия в поясах (так же, как и изгибающие моменты) возрастают от опор к серединам ферм.

Рассечем рассматриваемые фермы и простую балку сечениями I-I (рис. 21, а, б, в, г). Поперечная сила в сечении I-I простой балки (рис. 21, е) положительна, т.е. на левую часть балки она действует сверху вниз. Следовательно, в рассеченном раскосе фермы, изображенной на рис. 21, а, возникнет растягивающее усилие (рис. 22, а), а в рассеченных раскосах ферм, изображенных на рис. 21, б, в — сжимающие усилия (рис. 22, б, в). Рассуждая аналогично (когда сечения I-I проведены в пределах других панелей), приходим к выводу о том, что раскосы фермы, показанной на рис. 21, а, все растянуты, а на рис. 21, б — все сжаты. В ферме же, изображенной на рис. 21, в, сжатые раскосы чередуются с растянутыми.

Из рис. 21, е видно, что поперечная сила в простой балке убывает от опор к середине; следовательно, величины усилий в раскосах рассматриваемых ферм также уменьшаются от опор к их серединам.

Проанализируем характер изменения усилий в стойках ферм.

При нагрузке, приложенной к узлам верхнего пояса, стойки 1, 3 и 5 фермы, изображенной на рис. 21, в, сжаты, а стойки 2 и 4 не работают (усилия в них равны нулю); при нагрузке же, приложенной к

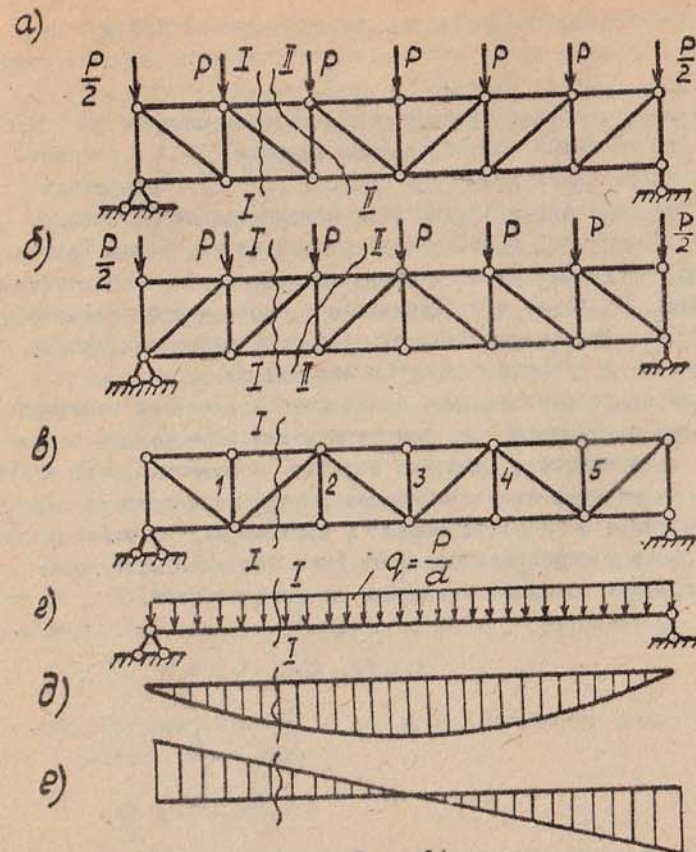


Рис. 21.

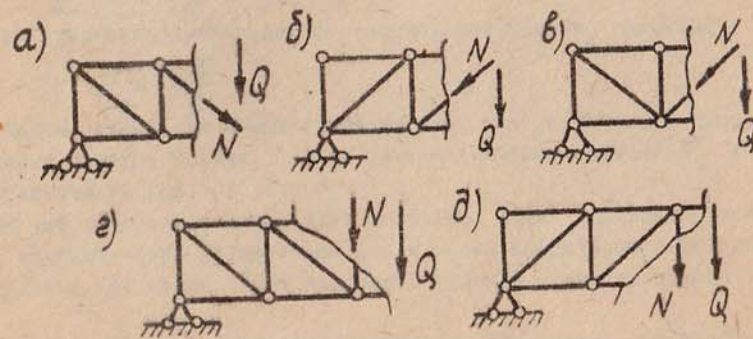


Рис. 22.

узлам нижнего пояса, стойки 2 и 4 растянуты, а стойки 1, 3 и 5 не работают. К этим выводам легко прийти, рассматривая равновесие узлов фермы.

Для определения усилий в стойках ферм, изображенных на рис. 21, а и 21, б, проведем на левых половинах ферм сечения II-II и рассмотрим левые отсеченные части этих ферм (рис. 22, г, д). Поперечная сила  $Q$  на левой половине простой балки положительная (см. рис. 21, е), т.е. на левую часть балки она действует сверху вниз. Следовательно, в стойках первой из рассматриваемых ферм возникают сжимающие усилия (рис. 22, г), а в стойках второй фермы — растягивающие усилия (рис. 22, д). Эти усилия убывают от опор к середине, как и поперечная сила  $Q$  в простой балке (см. рис. 21, е).

При действии на рассматриваемые фермы другой нагрузки характер работы ферм может измениться. Так при нагружении фермы одной вертикальной силой, приложенной в середине пролета, поперечная сила будет постоянна на всем участке от каждой опоры до середины пролета, и, следовательно, усилия в раскосах фермы (и в стойках), не будут уменьшаться от опор к середине пролетов (как при равномерно распределенной нагрузке), а будут одинаковы во всех панелях.

§ 4. Статический метод построения линий влияния опорных реакций и усилий в стержнях ферм с простой решеткой

Статический метод построения линий влияния усилий заключается в составлении уравнения линии влияния искомого усилия. Для получения уравнения линии влияния данного усилия следует выбрать наиболее целесообразный метод отыскания этого усилия (метод вырезания узлов, метод моментной точки или метод проекций).

Построение линий влияния опорных реакций и усилий в стержнях рассмотрим на примере балочно-консольной фермы (рис. 23). Прежде всего, условимся называть тот пояс, по которому перемещается груз  $P = 1$ , или точнее — тот пояс, на узлы которого груз  $P = 1$  передает свое давление, грузовым поясом. Положение груза  $P = 1$  будем фиксировать координатой  $x$ , отсчитываемой от левой опоры.

Определим величину опорной реакции  $R_A$  в зависимости от расстояния  $x$ . Для этого составим условие равновесия фермы в виде суммы моментов всех сил, действующих на ферму, относительно правой опоры:

$$\sum M_B = R_A l - P(l-x) = 0.$$

Отсюда, учитывая, что  $P = 1$ , получаем уравнение линии влияния опорной реакции  $R_A$  в виде

$$R_A = \frac{l-x}{l}.$$

Аналогично, записывая условие равновесия фермы в виде:

$$\sum M_A = R_B l - Px = 0,$$

получаем уравнение линии влияния опорной реакции  $R_B$  в виде:

$$R_B = \frac{x}{l}.$$

Данные уравнения имеют такой же вид, что и уравнения опорных реакций в простых балках. Линии влияния опорных реакций  $R_A$  и  $R_B$  представлены на рис. 23, б и в.

Как уже говорилось выше, для построения линий влияния продольных сил в стержнях ферм применяются все способы статического метода их определения при неподвижной нагрузке. Начнем с метода простых сечений.

По этому методу необходимо провести сечение через тот стержень,

линия влияния продольной силы которого определяется, и через два других. В фермах с простой решеткой это всегда возможно. Далее следует различать два вида сечений: междупорное, разделяющее ферму на две части, причем на каждую из них действует одна из опорных реакций, и консольное сечение, также разделяющее ферму на две части, причем одна из них свободна от опорных реакций. Способ построения линий влияния зависит от вида сечения.

### Г. Междупорное сечение

Рассмотрим методику построения линий влияния на конкретном примере. Пусть требуется построить линию влияния продольной силы сержня 3-4 (см. рис. 23). Проводим сечение I-I через данный стержень и еще два других 2'-3' и 3'-3. Для определения усилия в стержне 3-4 можно воспользоваться методом моментной точки. За моментную точку принимаем точку 3' пересечения двух других разрезанных сечением стержней. При положении груза  $P = 1$  левее разрезанной грузовой панели, т.е. левее точки 3, для определения усилия  $N_{3-4}$  удобно рассмотреть равновесие правой части фермы, т.к. на нее действует меньше сил, чем на левую. Составляя уравнение суммы моментов всех сил, действующих на правую часть фермы, относительно точки 3' получим:

$$\sum M_{3'}^{прав} = N_{3-4} h - R_B 2d = 0.$$

Решая данное уравнение, получаем уравнение левой прямой линии влияния  $N_{3-4}$  в виде:

$$N_{3-4} = R_B \frac{2d}{h} = \frac{x}{l} \frac{2d}{h}.$$

Левую прямую можно построить по двум точкам  $x=0$ ;  $N_{3-4}=0$  и  $x=l$ ;  $N_{3-4}=2d/h$ . Пригодная часть левой прямой расположена левее точки 3 (отрезок  $A''-3''$  на рис. 23, г).

Рассмотрим положение груза  $P=1$  правее разрезанной грузовой панели, т.е. правее узла 4. Для определения усилия в стержне 3-4 составим уравнение равновесия в виде суммы моментов всех сил, действующих на левую часть фермы, относительно точки 3':

$$\sum M_{3'}^{лев} = R_A 3d - N_{3-4} h = 0.$$

Отсюда получаем уравнение правой прямой линии влияния  $N_{3-4}$ :

$$N_{3-4} = R_A \frac{3d}{h} = \frac{l-x}{l} \frac{3d}{h}.$$

Правую прямую также строим по точкам: при  $x=0$   $N_{3-4} = \frac{3d}{h}$ ; при  $x=l$   $N_{3-4} = 0$ .

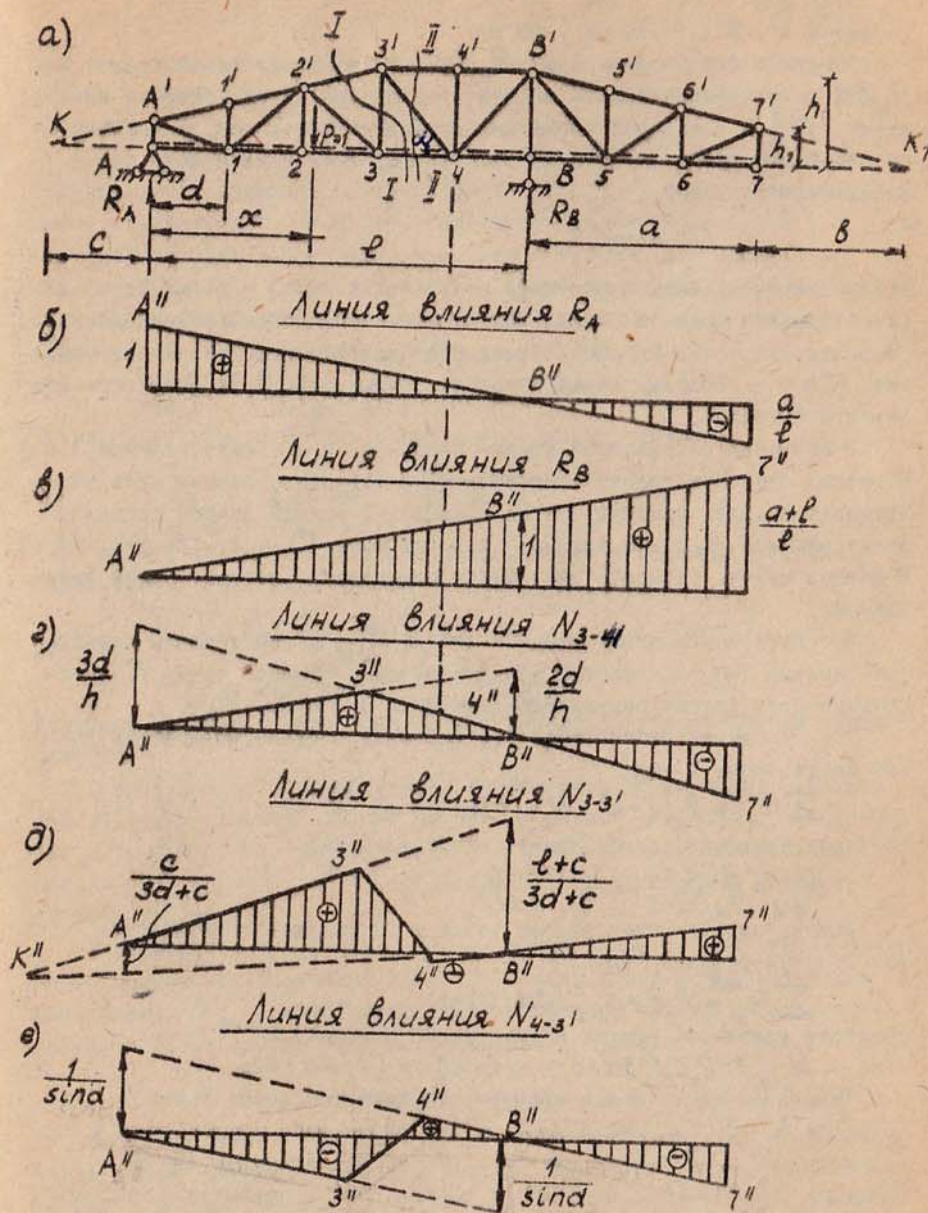


Рис. 23.

Пригодная часть правой прямой расположена правее точки 4 (отрезок 4''-B''-7'' на рис. 23, г).

Отметим, что произведение  $R_B 2d$  в уравнении левой прямой и  $R_A 3d$  в уравнении правой прямой численно равно изгибающему моменту  $M_{3'}^0$  в простой балке для сечений с абсциссой, равной абсциссе моментной точки 3'. Таким образом, т.к. усилие  $N_{3-4}$  определяется формулой

$$N_{3-4} = \frac{M_{3'}^0}{h},$$

то его линия влияния может быть получена из линии влияния изгибающего момента простой балки (для сечения с абсциссой, равной абсциссе моментной точки в ферме) умножением всех ее ординат на коэффициент  $1/h$ . Поэтому левая и правая прямые всегда пересекаются под моментной точкой.

В пределах разрезанной грузовой панели, т.е. между точками 3 и 4 согласно свойству узловой передачи нагрузки будет действовать передаточная прямая, которую получаем, соединяя прямой линией ординаты линии влияния  $N_{3-4}$  под узлами 3 и 4 (отрезок 3''-4'' на рис. 23, г). В данном случае передаточная прямая совпадает с правой прямой линии влияния.

При построении линии влияния усилия  $N_{3-3'}$  необходимо, используя сечение I-I, в качестве моментной точки принять точку K пересечения двух других разрезанных стержней 3-4 и 2'-3'.

При положении груза левее точки 3 из уравнения равновесия правой части фермы в виде

$$\sum M_K^{npab} = R_B(\ell+c) - N_{3-3'}(3d+c) = 0$$

получаем уравнение левой прямой линии влияния:

$$N_{3-3'} = R_B \frac{\ell+c}{3d+c} = \frac{x}{\ell} \frac{\ell+c}{3d+c}$$

При положении груза правее точки 4 из уравнения равновесия левой части фермы в виде

$$\sum M_K^{лев} = R_A c + N_{3-3'}(3d+c) = 0$$

получаем уравнение правой прямой линии влияния:

$$N_{3-3'} = -R_A c / (3d+c) = -(\ell-x)c / [\ell(3d+c)]$$

Пригодная часть левой прямой располагается левее точки 3 (отрезок A''-3'' на рис. 23, д), а правой прямой - левее узла 4 (отрезок 4''-B''-7'' на рис. 23, д). Передаточная прямая (отрезок 3''-4'' на рис. 23, д) расположена в пределах разрезанной грузовой панели и получена соединением ординат линии влияния под узлом 3 и узлом 4.

Если в проведенном сечении два стержня параллельны, то моментная точка для определения усилия в третьем разрезанном стержне удаляется в бесконечность. В этом случае для определения усилия целесообразнее всего применять способ проекций.

Так, например, для построения линии влияния продольной силы в стержне 3'-4 проводим сечение II-II (рис. 23, а) через стержень 3'-4 и еще два других 3'-4' и 3-4. Рассмотрим положение груза P = I левее разрезанной грузовой панели, т.е. левее узла 3. Для определения усилия в стержне 3'-4 рассматриваем равновесие правой части фермы и составляем уравнение равновесия в виде суммы проекций всех сил, действующих на правую часть фермы, на вертикаль:

$$\sum V^{npab} = R_B + N_{3-4} \sin \alpha = 0,$$

Отсюда получаем уравнение левой прямой линии влияния:

$$N_{3-4} = -R_B \frac{1}{\sin \alpha} = -\frac{x}{\ell} \frac{1}{\sin \alpha}$$

При положении груза P = I правее разрезанной грузовой панели, т.е. правее узла 4, рассматриваем равновесие левой части фермы. Спроектировав все силы на вертикальную ось, получим

$$\sum V = R_A - N_{3-4} \sin \alpha = 0,$$

откуда

$$N_{3-4} = R_A \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\ell-x}{\ell} \frac{1}{\sin \alpha}$$

Данное выражение представляет собой уравнение правой прямой линии влияния.

Пригодная часть левой прямой расположена левее точки 3 (отрезок A''-3'' на рис. 23, е), а правой прямой - правее т. 4 (отрезок 4''-B''-7''). Между узлами 3 и 4 расположена передаточная прямая (отрезок 3''-4''), соединяющая вершины узловых ординат рассеченной панели.

Заметим, что и в этом случае правая и левая прямые линии влияния пересекаются под моментной точкой. В самом деле, моментная точка для усилия  $N_{3-4}$  находится в бесконечности; там же пересекаются правая и левая прямые, параллельные между собой.

## 2. Консольное сечение

Пусть требуется построить линию влияния стержня консольной части фермы, например, стержня нижнего пояса B-5. Для определения усилия в данном стержне проводим сечение III-III через данный стержень и еще два других (см. рис. 24).

При этом, независимо от положения груза  $P=1$  следует рассматривать равновесие отсеченной консоли. За точку моментов принимаем точку  $B'$  на пересечении двух других разрезанных стержней.

Рассмотрим положение груза  $P=1$  левее разрезанной грузовой панели, т.е. левее точки  $B$ . Для определения усилия в стержне  $B-5$  составим условие равновесия отсеченной консоли в виде суммы моментов всех сил, действующих на отсеченную консоль, относительно узла  $B'$ , а именно:

$$\sum M_{B'}^{прав} = N_{B-5} \cdot h = 0.$$

Отсюда получаем уравнение левой прямой линии влияния в виде  $N_{B-5} = 0$ . Левая прямая линии влияния совпадает с базой. Так будет для всех стержней консольной части бэрмы.

Рассмотрим случай, когда груз  $P=1$  находится правее разрезанной грузовой панели, т.е. правее узла 5. В этом случае удобно положение груза задавать координатой  $x_1$ , отсчитываемой от моментной точки.

Как и в предыдущем случае, записав условие равновесия в виде

$$\sum M_{B'}^{прав} = N_{B-5} \cdot h + P x_1 = 0,$$

получаем уравнение правой прямой линии влияния в виде:

$$N_{B-5} = -x_1 / h.$$

Правую прямую строим по двум точкам: при  $x_1=0$   $N_{B-5}=0$ ;

$$\text{при } x_1=a \quad N_{B-5} = -a/h.$$

Как и в случае междупорного сечения, левая и правая прямые пересекаются под моментной точкой  $B'$ . Пригодная часть левой прямой линии влияния (отрезок  $A''-B''$  на рис. 24, а) расположена левее левого узла  $B$  разрезанной панели грузового пояса, а правой прямой (отрезок  $5''-7''$ ) — правее правого узла 5 разрезанной панели грузового пояса. Между левой и правой прямой располагается передаточная прямая (отрезок  $B''-5''$  на рис. 24, а).

В данном случае передаточная прямая совпадает с правой прямой линией влияния.

На рис. 24, б представлена линия влияния продольной силы в стержне  $B'-5$ . Здесь левая и правая прямые пересекаются под моментной точкой  $K_1$ . Если и при консольном сечении моментная точка удалена в бесконечность, то надо уравнения равновесия писать в виде суммы проекций сил на ось, перпендикулярную параллельным стержням.

Характерная особенность построения линий влияния при консольном сечении состоит в том, что независимо от положения груза — пра-

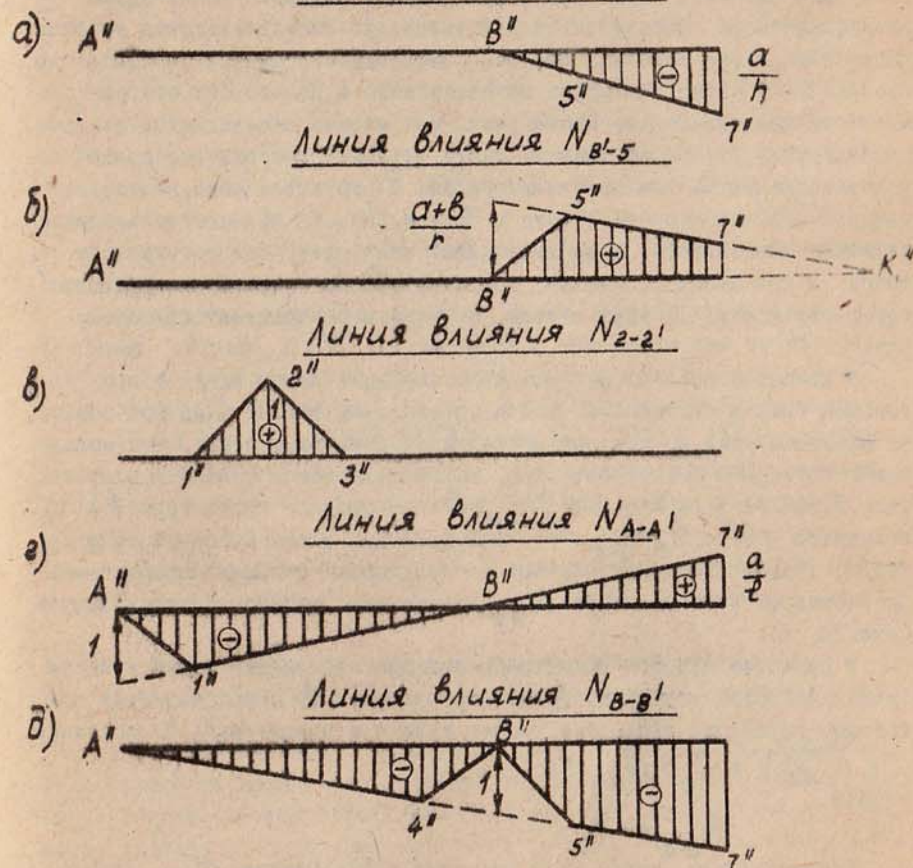
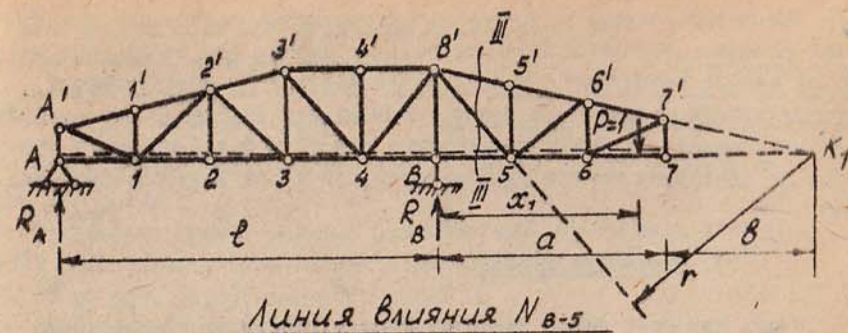


Рис. 24.

вее или левее сечения - всегда рассматривается равновесие отсекаемой консоли. Как следствие этого, при сечении на правой консоли левая прямая совпадает с базой, а при сечении на левой консоли правая прямая совпадает с базой. Поэтому нет необходимости каждый раз их определять. Точки пересечения правой и левой прямых и границы их пригодных частей определяются, как и при междуопорном сечении.

### 3. Вырезание узлов.

В тех случаях, когда продольная сила в стержнях фермы проще определяется по способу вырезания узлов, то он используется и для построения линий влияния. Так, при определении продольной силы в стойке 2 - 2' (рис. 24) сечение через него и два других стержня провести нельзя. Однако продольная сила просто определяется из вырезания узла 2. При построении линии влияния способом вырезания узлов исследуются два положения груза: 1) груз вне узла, когда он находится левее первого левого и правее первого правого узла относительно вырезанного, если вырезанный узел принадлежит грузовому поясу, и при любом положении, когда вырезанный узел не принадлежит грузовому поясу; 2) груз в узле, если узел принадлежит грузовому поясу.

В качестве примера рассмотрим построение линии влияния продольной силы в стойке 2-2'. Для определения усилия в данной стойке вырезаем узел 2, который принадлежит грузовому поясу. При положении груза  $P = 1$  вне узла, т.е. когда груз левее узла 1 и правее узла 3, усилие в стойке 2-2'  $N_{2-2'} = 0$ . В случае, когда груз  $P = 1$  находится в узле 2,  $N_{2-2'} = 1$ . В пределах левой и правой относительно вырезанного узла панелей располагаются передаточные прямые. Следовательно линия влияния  $N_{2-2'}$  имеет вид "местного" треугольника (рис. 24, в).

В качестве второго примера рассмотрим построение линии влияния продольной силы в стержне В-В'. Вырезая узел В и рассматривая положение груза вне узла, т.е. левее узла 4 и правее узла 5, получаем

$$\sum V = R_B + N_{B-B'} = 0$$

откуда

$$N_{B-B'} = -R_B$$

Следовательно, когда груз вне узла, линия влияния  $N_{B-B'}$  отличается от линии влияния опорной реакции  $R_B$  только знаком.

Рассмотрим положение груза в узле В, тогда

$$\sum V - R_B - P + N_{B-B'} = 0$$

откуда

$$N_{B-B'} = P - R_B = 1 - R_B$$

Так как при таком положении груза  $R_B = 1$ , то продольная сила  $N_{B-B'} = 0$ .

В пределах правой и левой относительно вырезанного узла панелей располагаются две передаточные прямые (отрезки 4"-В" и В"-5" на рис. 24, д).

Необходимо отметить, что линии влияния продольных сил в некоторых стержнях простых ферм имеют различный вид в зависимости от того, верхний или нижний пояс является грузовым. Так, например, на рис. 25, б и 25, в представлены линии влияния продольных сил в стержне 2'-4' нижнего пояса при нижнем и верхнем грузовом поясе соответственно. На двух следующих рисунках представлены линии влияния продольных сил в раскосе 2'-3 фермы при различных грузовых поясах. На рис. 25, е и 25, ж изображены линии влияния продольных сил в стойке 6-6' консольной части фермы при различных вариантах движения груза  $P = 1$ .

Как нетрудно заметить, различие линий влияния продольной силы, например, стержня 2'-4' состоит в том, что пригодная часть правой прямой при нижнем грузовом поясе расположена правее узла 4' (отрезок 4"-В"-8" на рис. 25, б), а при верхнем грузовом поясе - правее узла 3 (отрезок 3"-В"-8" на рис. 25, в). Как следствие этого, различные положения занимает передаточные прямые - отрезок 2"-4" на рис. 25, б при движении груза  $P = 1$  понижу и - отрезок 2"-3" на рис. 25, в при движении груза  $P = 1$  поверху. Различия между линиями влияния стержня 2'-3 при различных вариантах движения нагрузки и линий влияния стержня 6-6' аналогичны.

### § 5. Статический метод построения линий влияния продольных сил в стержнях шпренгельных ферм.

Ранее, при расчете шпренгельных ферм на неподвижную нагрузку, было проведено разделение стержней шпренгельных ферм на три категории и даны правила определения усилий. Используя данные правила, можно построить линии влияния продольных сил в любом интересующем нас стержне.

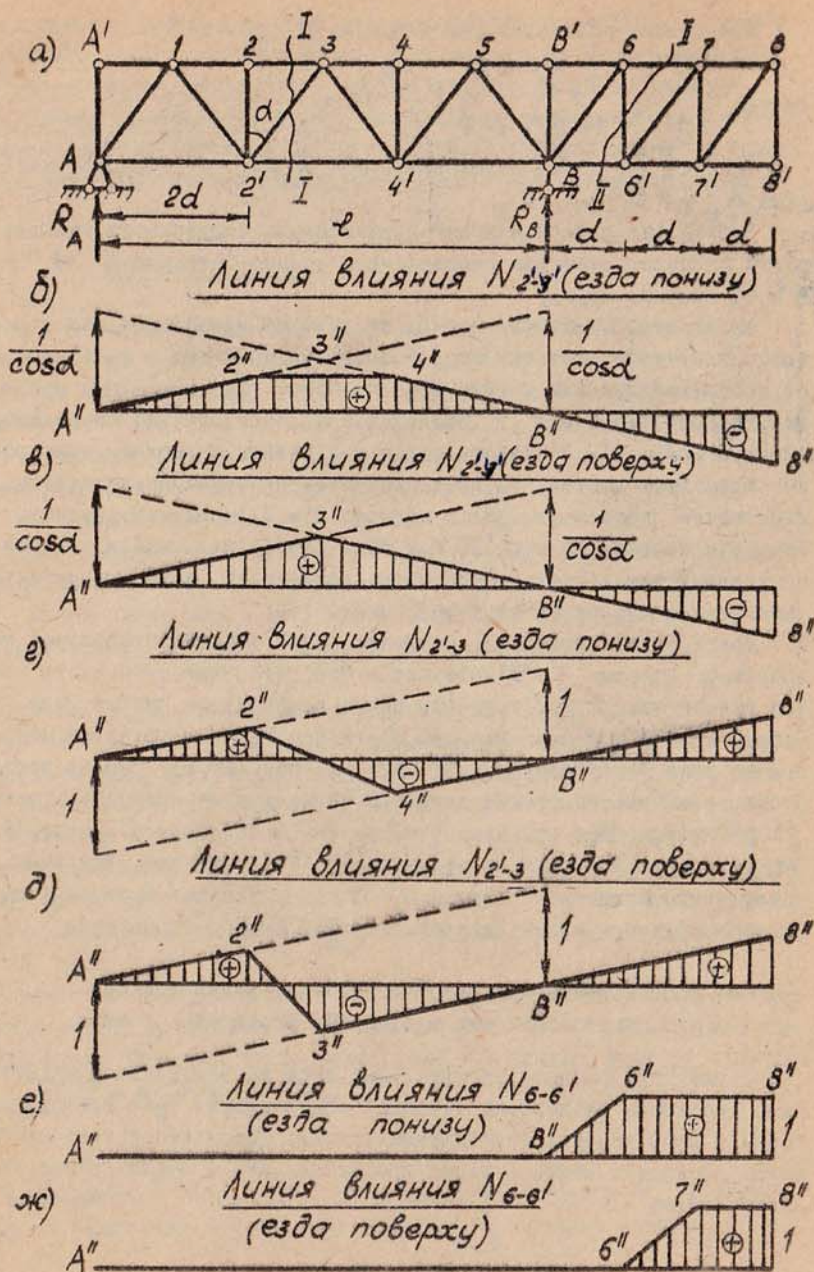


Рис. 25.

Однако в отдельных стержнях линии влияния усилия можно построить более простыми методами, не прибегая к разделению фермы на основную и шпренгели. А именно, если в шпренгельной ферме можно провести сечение через стержень, линия влияния продольной силы которого определится, и еще только через два других стержня, а также случаи встречаются часто, то линия влияния строится по ранее изложенным правилам (как для простых ферм) с учетом промежуточных узлов грузового пояса.

Построим линию влияния продольной силы в стержне 4-5', проводя сечение I-I через три стержня 4'-6', 4-5' и 4-5 (см. рис. 26).

При положении груза  $P = 1$  левее узла 4 из условия равновесия правой части в виде

$$\sum V^{прав} = R_B - N_{4-5'} \sin \alpha = 0$$

получаем уравнение левой прямой линии влияния

$$N_{4-5'} = R_B / \sin \alpha = x / l \sin \alpha.$$

При грузе правее узла 5 из условия равновесия левой части в виде

$$\sum V^{лев} = R_A + N_{4-5'} \sin \alpha = 0$$

находим уравнение правой прямой линии влияния

$$N_{4-5'} = -R_A / \sin \alpha = -\frac{l-x}{l} \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Пригодная часть левой прямой расположена левее левого узла 4 рассеченной панели грузового пояса (отрезок  $A''-4''$  на рис. 25, б), а правой прямой — правее узла 5 (отрезок  $5''-B''$  на рис. 26, б). В пределах рассеченной панели грузового пояса, т.е. между узлами 4 и 5 расположена передаточная прямая (отрезок  $4''-5''$ ). Аналогично по тому же сечению строятся линии влияния продольных сил в стержнях 4'-6' и 4-5, показанные на рис. 26, в и г.

Линия влияния  $N_{5-6}$  совпадает с линией влияния  $N_{4-5}$ , т.к.,  $N_{4-5} = N_{5-6}$ . Это легко заметить, разрезав узел 5.

Для построения линий влияния продольных сил в других стержнях рассмотрим два варианта.

**Первый вариант.** Ферма рассматривается как ферма со сложными элементами и к ней применяются правила расчета таких ферм. Для этого шпренгельная ферма расчленяется на основную ферму с прямыми стержнями между главными узлами и шпренгели в виде фермы на двух опорах, дающих вертикальные реакции при вертикальном грузе. Опорами шпренгеля служат основные узлы пояса фермы (см. рис. 16). При выделении двухъярусных шпренгелей удобно еще присоединять прилегающие к дополнительным стойкам или подвескам стержни грузового

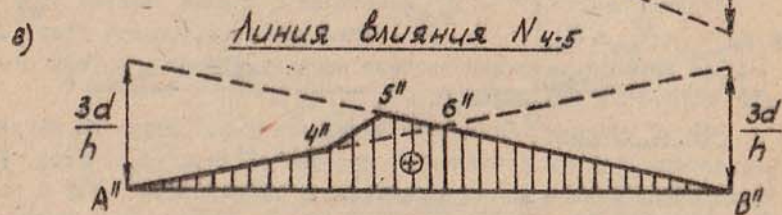
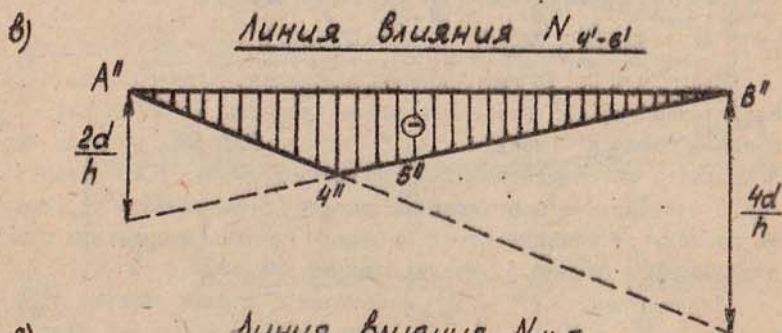
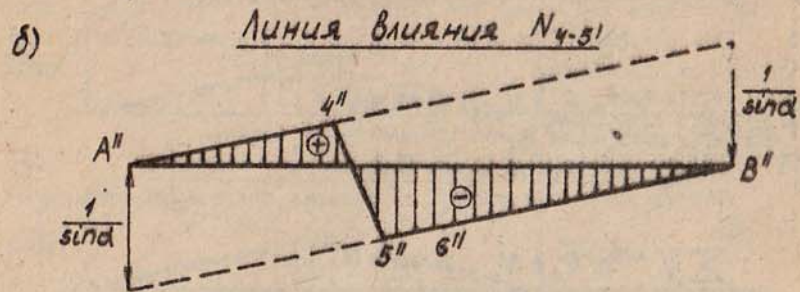
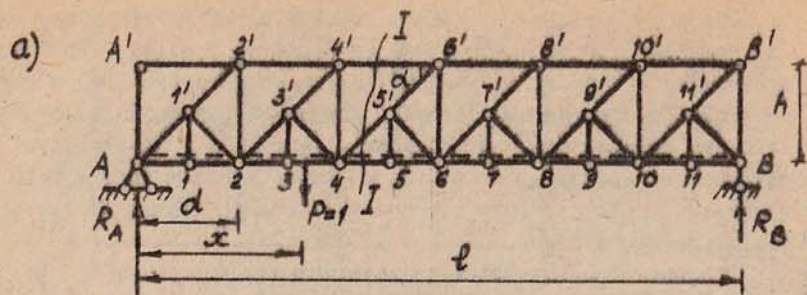


Рис. 26.

пояса в виде шарнирной цепи с двумя опорами по ее концам. После разделения, как говорилось ранее, будем иметь стержни трех категорий: 1) стержни, входящие только в шпренгель; 2) стержни, входящие только в основную ферму; 3) стержни, входящие в основную ферму и шпренгель одновременно.

Построение линий влияния зависит от того, к какой категории относится данный стержень. Приведем некоторые указания, вытекающие из расчета ферм со сложными элементами и свойств выделенных шпренгелей при вертикальной нагрузке.

Линии влияния продольных сил стержней, входящих только в шпренгель, строятся, как в простой ферме, на двух опорах. При этом линии влияния продольных сил дополнительных стоек и подвесок удобно строить по способу вырезания дополнительных узлов грузового пояса.

Линии влияния продольных сил стержней, входящих только в основную ферму, строятся, как в основной ферме, но с обязательным учетом расположения шпренгелей и передачи ими давлений с дополнительных узлов грузового пояса на узлы основной фермы.

Если все шпренгели одноярусные или линии влияния продольных сил стержней основной фермы одинаковы при езде поверху и понизу, то линии влияния строятся, как для стержней, входящих только в основную ферму. Если все или некоторые шпренгели двухъярусные, а линии влияния продольных сил стержней основной фермы зависят от того, какой пояс (верхний или нижний) является грузовым, то линии влияния продольных сил этих стержней в основной ферме сначала строятся в двух предположениях: езде поверху и езде понизу. На участках, где обе эти линии влияния совпадают, построение искомой линии влияния выполняется однозначно. Затем на протяжении рассеченных панелей верхнего и нижнего поясов основной фермы, где линии влияния при езде понизу и поверху различны, помещается груз  $P = 1$  в различные узлы грузового пояса и определяется, куда передается от него давление — верхним или нижним поясным узлом основной фермы. Ордината искомой линии влияния под данным узлом равна ординате линии влияния при езде по тому поясу, узлом которого передается давление груза. В частности, под узлами грузового пояса справедливы ординаты линий влияния, построенных при езде по этому поясу.

Линии влияния продольных сил стержней, входящих в основную ферму и в шпренгель, получаются сложением линий влияния этих сил, построенных раздельно в основной ферме и шпренгеле. При этом надо иметь в виду, что линии влияния продольных сил основной

фермы, различные при езде поверху и понизу, должны быть построены с учетом передачи давлений с дополнительных узлов грузового пояса двухъярусными шпренгелями на чаль дугтового пояса, как это было показано ранее. Рассмотрим некоторые примеры.

Построим линии влияния продольных сил в нескольких стержнях фермы, показанной на рис. 26, а, разделив исходную ферму на основную (рис. 27, а) и шпренгели (рис. 27, б) и используя указания, о которых говорилось выше. Отметим, что шпренгели данной фермы являются одноярусными.

Выше указывалось, что построение линий влияния продольной силы в стержне фермы зависит от того, к какой категории относится данный стержень.

Сначала рассмотрим построение линий влияния продольных сил в стержнях шпренгеля 4-5-6-5' (рис. 27, б). При этом линии влияния дополнительных стоек и подвесок строятся вырезанием дополнительных узлов грузового пояса. Так, например, линия влияния для стержня 5-5' получается из вырезания узла 5. При грузе вне узла  $N_{5-5'} = 0$ , при положении груза в узле  $N_{5-5'} = 1$ . Линия влияния изображена на рис. 27, в. Вырезая узел 5', получим уравнение линии влияния продольной силы в стержне 4-5' шпренгеля и в стержне 5'-6':

$$N_{4-5'}^w = N_{5'-6'}^w = -N_{5-5'} \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

Из этого выражения следует, что линии влияния  $N_{4-5'}^w$  и  $N_{5'-6'}^w$  могут быть получены через линию влияния  $N_{5-5'}^w$  (рис. 27, г).

Для построения линии влияния усилия в стержне 4-5 шпренгеля  $N_{4-5}^w$  (рис. 27, б) вырезаем узел 4 и составляем уравнение

$$\sum H = N_{4-5}^w \cos \alpha + N_{5-5'} = 0,$$

откуда

$$N_{4-5}^w = \frac{N_{5-5'}}{2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

Рассмотрим теперь некоторые стержни, входящие только в основную ферму. Поскольку шпренгели одноярусные, то линии влияния продольных сил в стержнях, принадлежащих только основной ферме, строятся, как в простой ферме без учета шпренгелей. Так, например, для построения линии влияния  $N_{5'-6'}^o = N_{4-5'}^o$  проведем сечение I-I в основной ферме (рис. 27, а). При грузе левее узла 4 из условия равновесия правой части фермы в виде  $\sum V_{\text{прав}} = 0$  получаем уравнение левой прямой линии влияния:  $N_{4-5'}^o = N_{5'-6'}^o = R_B / \sin \alpha$ .

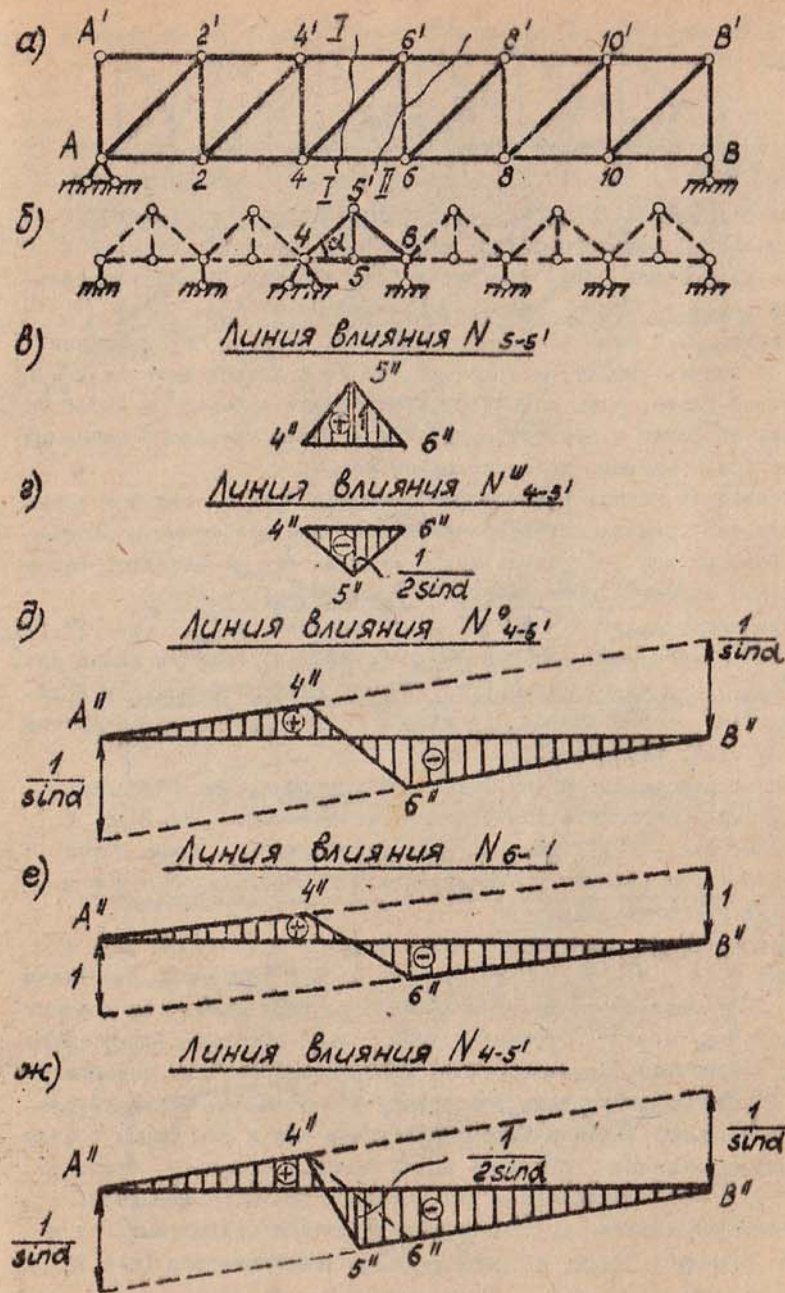


Рис. 27.

При грузе правее узла 6 уравнение правой прямой линии влияния имеет вид:

$$N_{4-6'}^0 = N_{5L6'} = -R_A \frac{1}{\sin \alpha}$$

Пригодная часть левой прямой расположена левее узла 4 (отрезок  $A''-4''$  на рис. 27, д), а правой прямой — правее узла 6 (отрезок  $6''-B''$ ). В пределах рассеченной панели грузового пояса основной фермы расположена передаточная прямая (отрезок  $4''-6''$ ).

Для построения линии влияния усилия в стойке 5-6', принадлежащей основной ферме, проводим сечение II-II (рис. 27, а).

На рис. 27, е изображена линия влияния  $N_{6-6'}$  при движении груза по нижнему поясу, которая совпадает с линией влияния  $N_{6-6'}^0$  в основной ферме, т.к. одноярусные шпренгели 4-5-5'-6' и 6-7-8-7' передают давление с промежуточных узлов 5 и 7 грузового пояса на узлы 4, 6 и 8 нижнего пояса основной фермы.

Рассмотрим теперь участок 4-5' стержня 4-6' в заданной ферме. Этот элемент принадлежит одновременно и основной ферме и шпренгелю. Поэтому для построения линии влияния  $N_{4-5'}$  заданной фермы достаточно сложить линии влияния  $N_{4-6'}^0$  и  $N_{4-6'}^w$ .

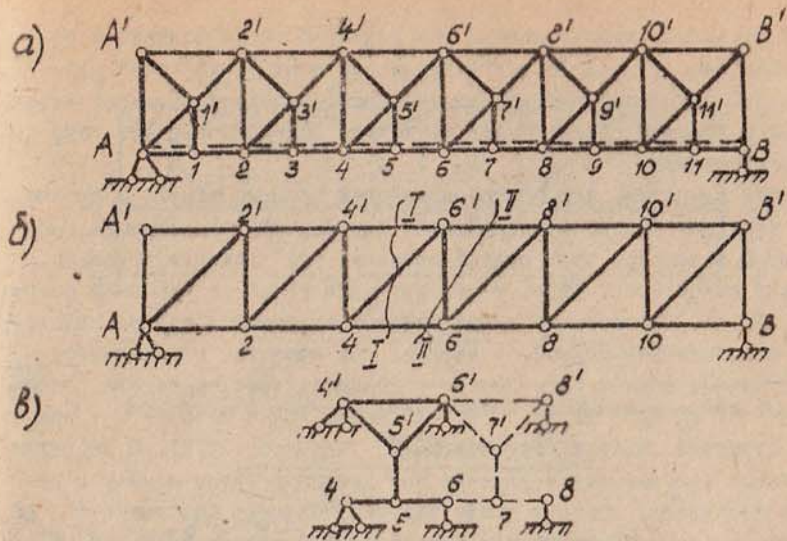
Подвесив треугольник  $4''-5''-6''$  линии влияния  $N_{4-6'}^w$  (рис. 27, г) к отрезку  $4''-6''$  линии влияния  $N_{4-6'}^0$  (рис. 27, д), получим линию влияния  $N_{4-5'}$  заданной фермы (рис. 27, ж), которая совпадает с линией влияния продольной силы в данном стержне, построенной другим, более простым, способом (рис. 28, б).

Рассмотрим теперь ферму, содержащую двухъярусные шпренгели (рис. 28, а). Разделяя заданную ферму на основную (рис. 28, б) и шпренгели (рис. 28, в), как и в предыдущем случае, можно легко построить линии влияния продольной силы в стержнях поясов и в элементах раскосов фермы.

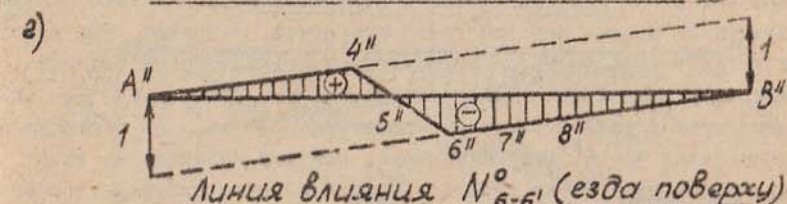
Так, например, для построения линии влияния продольной силы в стержнях 5-5', 4'-5', принадлежащих только шпренгелю, вырезаем узлы 5 и 5' соответственно. Линии влияния продольных сил в стержнях 4-5, 5-6, и 4-5', принадлежащих только основной ферме, строим, как в основной ферме без учета шпренгеля, используя сечение I-I (рис. 28, б). Линии влияния в стержнях 4'-5' и 5'-6', принадлежащих и основной ферме и шпренгелю, строим как и для фермы с одноярусными шпренгелями, суммируя линии влияния усилий в стержнях 4-6' и 5'-6', построенных для основной фермы и шпренгеля.

Несколько сложнее построить линии влияния продольных сил в стойках заданной фермы, имеющие двухъярусные шпренгели (рис. 28, а).

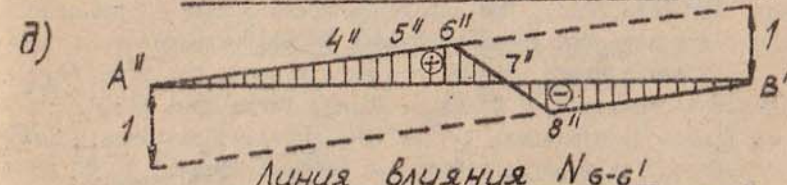
А именно, данные стержни, принадлежащие только основной ферме,



Линия влияния  $N_{6-6'}^0$  (езда понизу)



Линия влияния  $N_{6-6'}^0$  (езда поверху)



Линия влияния  $N_{6-6'}$

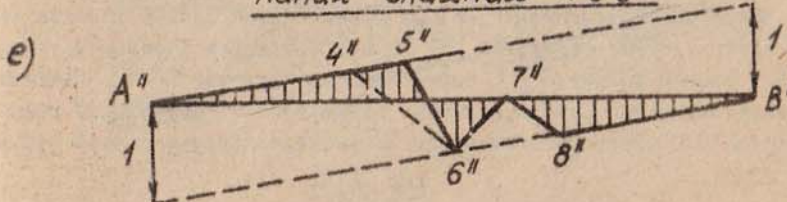


Рис. 28.

имеют различные линии влияния при движении груза поверху и понизу (см. рис. 28, г и 28, д). Поэтому для построения линий влияния в стойках фермы необходимо учитывать передачу давлений шпренгелями с дополнительных узлов грузового пояса на главные узлы другого пояса.

Так, например, для построения линии влияния усилий в стойке 6-6' заданной фермы сначала строим линии влияния в стержне 6-6' основной фермы при двух предположениях: при движении груза по нижнему поясу (рис. 29, г) и при движении груза по верхнему поясу (рис. 29, д). Построенные линии влияния отличаются только положением передаточной прямой, а именно: при движении груза понизу передаточная прямая расположена в пределах третьей панели (отрезок 4"-6" на рис. 28, г), а при движении груза поверху - в пределах четвертой панели (отрезок 6"-8" на рис. 28, д). В пределах остальных панелей линии влияния при движении груза понизу и поверху совпадают, поэтому линия влияния усилия в стержне 6-6' на данных участках строится без затруднений (отрезки А"-4" и 8"-В" на рис. 29, е). Для построения линии влияния  $N_{6-6'}$  заданной фермы на участке 4-8 необходимо рассмотреть положение груза последовательно во всех узлах данных панелей грузового пояса. А именно, при положении груза в узле 4  $N_{6-6'}$  определяется ординатой 4" линии влияния, построенной при любом грузовом поясе (рис. 28, е). При положении груза в узле 5 давление шпренгелем 5-5'-4'-6' передается в главные узлы 4' и 6' верхнего пояса, поэтому справедлива линия влияния при езде поверху. Усилие  $N_{6-6'}$  при этом определяется ординатой 5" (рис. 28, е). При положении груза в узле 6 шпренгель не работает и основная ферма нагружена в узле нижнего пояса, поэтому справедлива линия влияния при езде понизу. При этом  $N_{6-6'}$  определяется ординатой 6" (рис. 28, е). Когда груз  $P=1$  расположен в узле 7, шпренгель 7-7'-6'-8' передает давление с дополнительного узла 7 нижнего пояса на главные узлы 6' и 8' верхнего пояса, поэтому усилие  $N_{6-6'}$  определяется линией влияния при езде поверху, т.е. ординатой 7" (рис. 28, е). При положении груза  $P=1$  в узле 8 усилие  $N_{6-6'}$  определяется ординатой 8". Соединяя соседние ординаты прямыми, получаем линию влияния продольной силы в стержне 6-6' при движении груза по нижнему поясу заданной фермы (рис. 28, е).

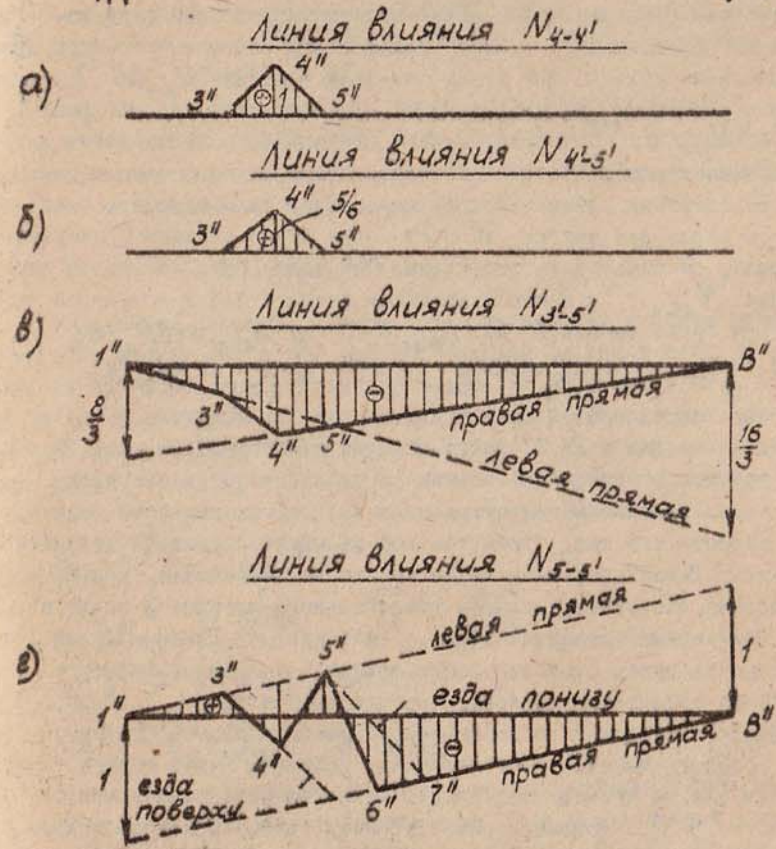
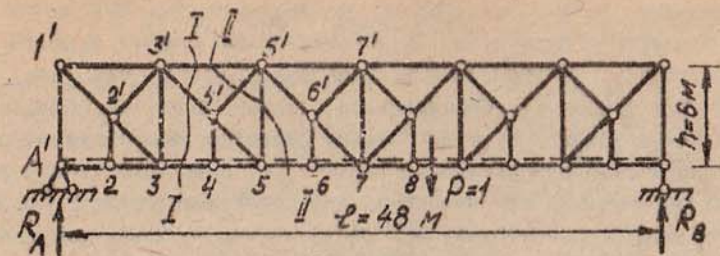


Рис. 29.

Второй вариант. Во втором варианте шпренгельная ферма не расчленяется на основную и шпренгели. Построение линий влияния ведется на основе аналитических выражений условий равновесия по сечениям, проходящим через основные и шпренгельные стержни фермы, не совпадавшие с основными стержнями. Поэтому сначала строятся линии влияния продольных сил в этих шпренгельных стержнях, не совпадавших со стержнями основной фермы. Так, например, в ферме, показанной на рис. 29, таким стержнем будет стержень 4'-5', для которого линия влияния продольной силы строится через линию влияния продольной силы дополнительной подвески 4-4'. Линия влияния для подвески строится при помощи вырезания узла 4. При грузе вне узла 4  $N_{4-4'} = 0$ , а при грузе в узле 4  $N_{4-4'} = 1$  (рис. 29, а). Из вырезания узла 4 получим  $N_{4-5'} = 5N_{4-4'}/6$  (рис. 29, б). Если при построении линии влияния продольной силы в стержнях основной фермы можно провести сечение через стержень, линия влияния продольной силы которого определяется, и через два других, то построение линии влияния продолится как в фермах, не содержащих шпренгели. Так может быть построена линия влияния  $N_{3'-5'}$  с использованием сечения I-I и моментной точки 5. При грузе справа  $R \cdot 16 + N_{3'-5'} \cdot 6 = 0$  и  $N_{3'-5'} = -8R/3$ ; при грузе слева  $-R \cdot 32 - N_{3'-5'} \cdot 6 = 0$  и  $N_{3'-5'} = -16R/3$ .

Пригодная часть правой прямой расположена правее узла 4, а левой прямой - левее узла 3. Линия влияния изображена на рис. 29, в.

Если при построении линий влияния продольных сил в стержнях основной фермы сечение через стержень и два других провести нельзя, то надо провести его так, чтобы третьим из других стержней оказался шпренгельный. Затем составить такое уравнение равновесия, какое требовалось бы составить, если бы шпренгельный стержень в разрезе не было. Полученные выражения покажут, что искомую линию влияния можно построить путем сложения линии влияния в основной ферме, если мысленно удалить разрезанный шпренгельный элемент, и линии влияния этого шпренгельного элемента, умноженной на коэффициент, значение которого имеется в составленных условиях равновесия.

Покажем это на примере построения линии влияния продольной силы в стойке 5-5'. Провести сечение через стойку и два других стержня здесь нельзя. Проведем его, разрезав шпренгель 4'-5'. При грузе справа из равновесия левой части

$$\sum V^{леб} R_A + N_{5-5'} + N'_{4'5'} \cos \alpha; \quad N_{5-5'} = R - N_{4'5'} \cos \alpha. \quad (a)$$

При грузе слева из равновесия правой части

$$\sum V^{праб} R_B - N_{5-5'} - N_{4'5'} \cos \alpha = 0, \quad (б)$$

$$N_{5-5'} = R - N_{4'5'} \cos \alpha.$$

Первые слагаемые в выражениях (а) и (б) содержатся в них и в случае, когда шпренгеля 3-4'-5' нет, а вторые слагаемые обозначают влияние шпренгеля. Значит, сначала надо построить линию влияния без учета шпренгеля, а затем на нее наложить линию влияния шпренгеля с поправочным множителем  $(-\cos \alpha)$ . Линия влияния без учета шпренгеля обозначена  $A''-5''-6''-B''$  (рис. 29, г), а с учетом шпренгеля  $A''-3''-4''-5''-6''-B''$ .

Второй вариант построения линий влияния применяется также для ферм, у которых дополнительные стойки или подвески, передающие давления с дополнительных узлов грузового пояса двухъярусным шпренгелям, не вертикальные, а наклонные.

#### § 6. Некоторые примеры.

В качестве первого примера рассмотрим ферму, изображенную на рис. 30, и построим линии влияния продольных сил в нескольких стержнях фермы. Сначала построим линию влияния продольной силы стержня 5'-6'. Несмотря на то, что данный стержень принадлежит одновременно и основной ферме и шпренгелю 5-5'-4'-6', линию влияния усилия в нем удобно строить, используя сечение I-I и применяя метод проекций.

При грузе правее сечения из равновесия левой части

$$\sum V^{леб} R_A + N_{5'6'} \sin \alpha = 0$$

получаем:

$$N_{5'6'} = -R_A \frac{1}{\sin \alpha} = -\frac{l-x}{l} \frac{1}{\sin \alpha}.$$

При грузе левее сечения из равновесия правой части

$$\sum V^{праб} R_B - N_{5'6'} \sin \alpha = 0$$

получаем:

$$N_{5'6'} = R_B \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{x}{l} \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Левая и правая прямые построены по двум точкам. Пригодная часть правой прямой расположена правее узла 7, а левой прямой - левее узла 5 (см. рис. 30, а). Аналогично по тому же сечению строятся линии влияния продольных сил в стержнях 5-7 и 4'-6', показанные на рис. 30, б и 30, в. Пригодные части левых прямых располагаются левее узла 5; а правых прямых - правее узла 7.

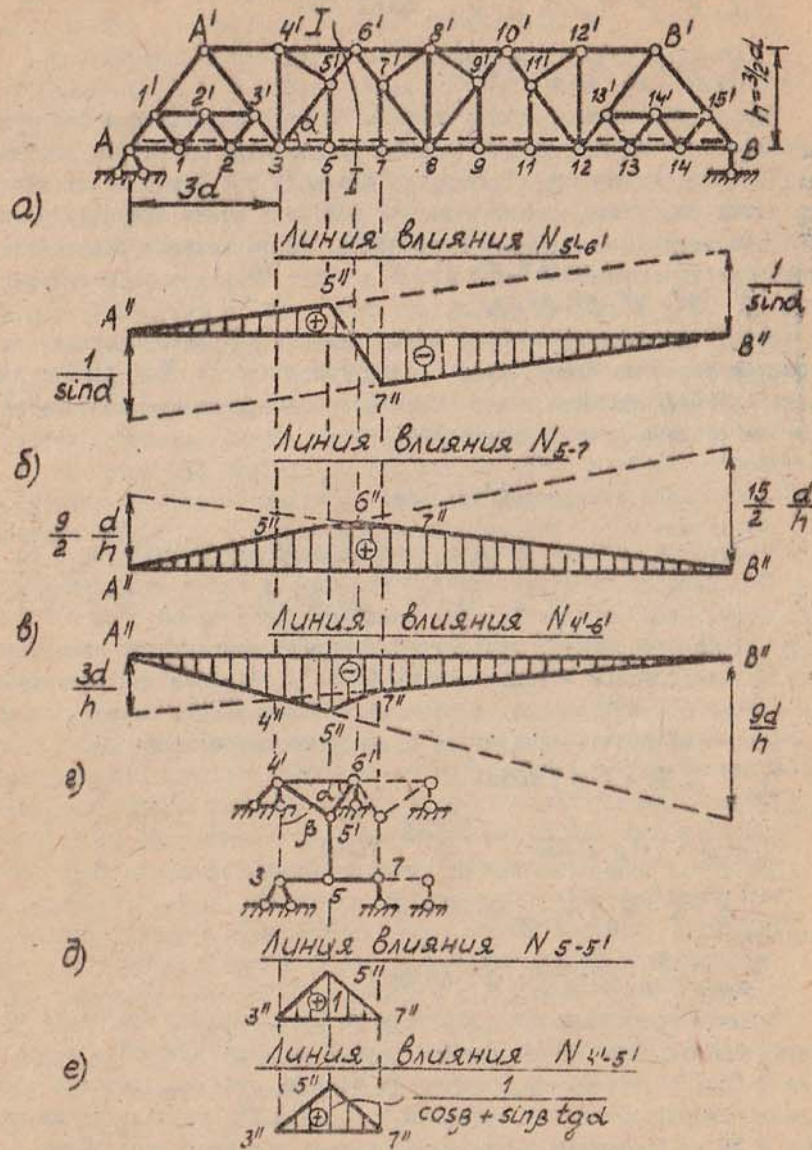


Рис. 30.

Линии влияния  $N_{3-5}$  и  $N_{7-8}$  совпадают с линией влияния  $N_{5-7}$ , так как  $N_{5-7} = N_{3-5} = N_{7-8}$ .

Для построения линий влияния продольных сил в дополнительной подвеске 5 - 5' необходимо вырезать узел 5. При грузе вне узла  $N_{5-5'} = 0$ , при грузе в узле  $N_{5-5'} = 1$  (рис. 30, д).

Для построения линии влияния усилия в стержне 5' - 4', принадлежащем только шпренгелю 4' - 6' - 5', рассмотрим данный шпренгель с дополнительной подвеской 5 - 5' и дополнительными узлами грузового пояса 3+5-7 (рис. 30, г). Вырезая узел 5', получаем

$$\sum H = N_{4-5'} \sin \beta + N_{5-5'}^w \cos \alpha = 0,$$

$$\sum V = N_{4-5'} \cos \beta + N_{5-5'}^w \sin \alpha - N_{5-5'} = 0,$$

откуда

$$N_{4-5'} = N_{5-5'} \frac{1}{\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha}.$$

Т.о., линия влияния  $N_{4-5'}$  может быть получена через линию влияния  $N_{5-5'}$  (рис. 30, е).

Рассмотрим некоторые стержни, принадлежащие только основной ферме. Построим линию влияния продольной силы в стержне 3-5' (рис. 31, а), который является частью стержня 3-6' основной фермы. Линия влияния продольных сил в этой стержне основной фермы строится с использованием сечения I-I при движении груза поверху и понизу. Так, при езде понизу линия влияния  $N_{3-5'}$  определяется прямой A'' - 3'' - 8'' - 8'', а при езде поверху - A'' - 3'' - 6'' - 8''. Для получения из них линии влияния  $N_{3-5'}$  надо учесть передачу давлений шпренгелли на узлы негрузового пояса. Так, при грузе в узле 5 давление шпренгелем передается на главные узлы 4' и 6' верхнего пояса, т.е. осуществляется движение поверху. Усилие в стержне 3-5' определяется ординатой 5''. При грузе в узле 7, давление с нижнего пояса передается шпренгелем на главные узлы 6' и 6' верхнего пояса, т.е. осуществляется движение поверху. Усилие в стержне 3-5' определяется ординатой 7''. Соединяя соседние ординаты 3'', 5'', 7'' и 8'' прямыми линиями, получаем окончательно линию влияния  $N_{3-5'}$  (рис. 30, б).

Построим линию влияния продольной силы в стойке 8-8', принадлежащей только основной ферме. Эта линия влияния в основной ферме имеет различный вид при езде поверху и понизу. При езде понизу продольная сила в стойке равна нулю и линия влияния для нее совпадает с базой (линия 3'' - 8'' - 12'' на рис. 31, в). При езде поверху ордината линии влияния под узлом 8', как это следует из вырезания узла 8', равна отрицательной единице, а под узлами

6 и 10 равна нулю (линия 6"-8"-10").  
 Чтобы построить линию влияния  $N_{8-8'}$ , учитываем передачу давления шпренгелями с дополнительных узлов нижнего пояса на главные узлы фермы. Так, при положении груза в узле 5 давление через подвеску 5-5' и шпренгель 4'-5'-6' передается на главные узлы 4' и 6', при этом усилие  $N_{8-8'} = 0$ , (точка 5" на рис. 31, в). При положении груза в узле 7 давление через подвеску 7-7' и шпренгель передается на главные узлы 6' и 8', а усилие в стержне 8-8' определяется по линии влияния  $N_{8-8'}$  при езде поверху, т.е. точкой 7" на рис. 31, в. При грузе в узле 8, из вырезания узла 8' следует, что  $N_{8-8'} = 0$ . При грузе в узле 9, давление передается на главные узлы 8' и 10', значит, справедлива линия влияния с ездой поверху. И, наконец, когда груз  $P = 1$  находится в узле 11 давление передается на главные узлы 10' и 12', при этом  $N_{8-8'} = 0$ . Соединяя полученные соседние ординаты 3", 5", 7", 8", 9", 11" и 12" прямыми линиями, получаем линию влияния  $N_{8-8'}$ .

Построим еще линию влияния продольной силы в стойке 3-4', которая принадлежит только основной ферме. Линия влияния усилия в этом стержне в основной ферме зависит от того, какой пояс является грузозовым. Так, при движении груза по нижнему поясу  $N_{3-4'} = 0$  и линия влияния совпадает с базой (линия  $A'''-3''-8''$  на рис. 31, г). При движении груза по верхнему поясу ордината линии влияния под узлом 4' равна -1, а под узлами А' и 6' равна нулю (линия  $A'''-3'''-6''$ ). Теперь необходимо для учета передачи давлений шпренгелями рассмотреть положение груза в дополнительных узлах 1 и 2 первой панели и узлах 5 и 7 второй панели. Так, при положении груза в узлах 1 и 2 давление с дополнительных узлов грузозового пояса передается на главные узлы А и 3 этого же пояса, значит, справедлива линия влияния при езде понизу, т.е.  $N_{3-4'} = 0$ . При грузе  $P = 1$  в узле 5 давление передается на главные узлы 4' и 6' верхнего пояса, значит, справедлива линия влияния при езде поверху (точка 5" на рис. 31, г). При положении груза в узле 7 давление передается на главные узлы 6' и 8', а при этом  $N_{3-4'} = 0$  (точка 7"). Соединяя полученные соседние ординаты (точки  $A'''$ , 2", 3", 5", 7", 8") прямыми, получим линию влияния продольной силы в стойке 3-4' (линия  $A'''-3'''-5''-7''-8''$ ).

Рассмотрим теперь построение линии влияния в стержне А'-3', принадлежащем только основной ферме. Поскольку в первой панели вырезан одноярусный шпренгель, то давление с дополнительных узлов 1 и 2 передается на главные узлы А и 3 грузозового пояса. Поэтому

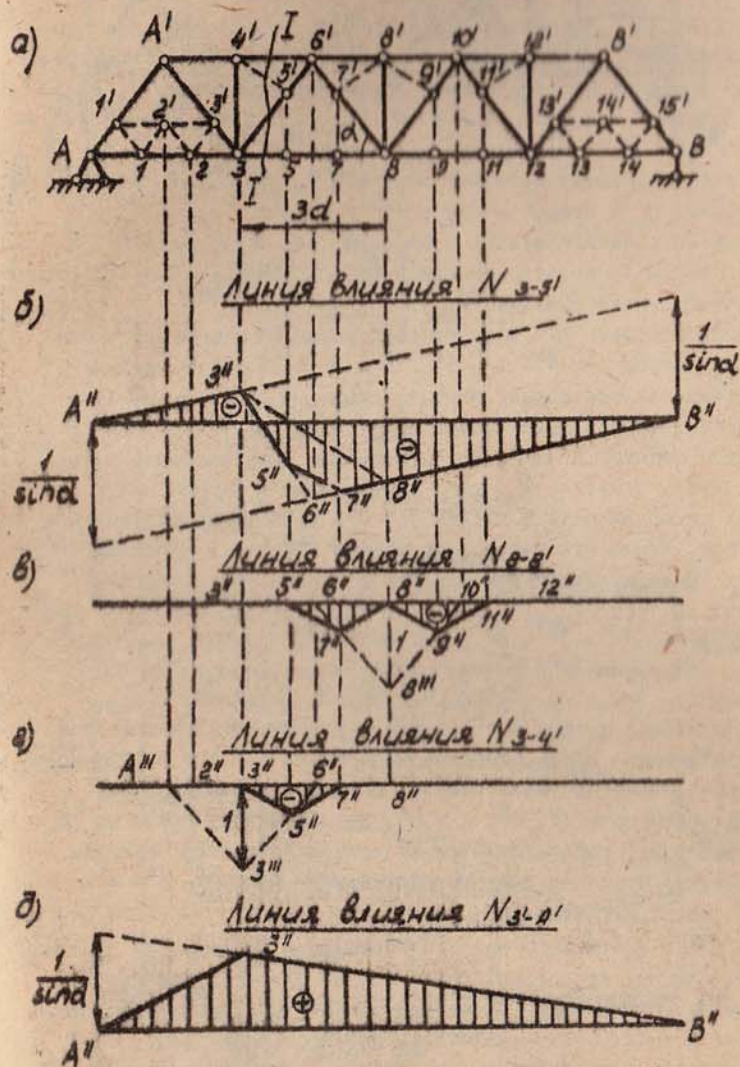


Рис. 31.

линия влияния  $N_{4-3'}$  совпадает с линией влияния продольной силы в стержне  $A'-3$  основной фермы (рис. 31, д).

Рассмотрим построение линий влияния в некоторых стержнях еще одной фермы (рис. 32). Каждый раскос данной фермы содержит два промежуточных узла, т.е. ферма является двухшпренгельной. Так, например, во второй панели один шпренгель образован стержнями  $3'-4'-6'-3'$  с дополнительной стойкой  $4-4'$  (рис. 32, б), а второй стержнями  $3'-5'-6'-3'$  с дополнительной стойкой  $5-5'$  (рис. 32, в). При этом первый шпренгель работает только в случае, если груз  $P=1$  находится в узле 4, а второй — при грузе в узле 5.

Для построения линий влияния продольных сил в стержнях  $5-6$ ,  $5'-6'$  и  $3'-6'$  удобнее всего воспользоваться сечением I-I. На рис. 32, г изображена линия влияния  $N_{5-6}$ .

Рассмотрим стержень  $4'-5'$ , принадлежащий одновременно и основной ферме, и шпренгелю  $3'-4'-6'$  и являющийся частью стержня  $4'-6'$ . Поэтому для построения линии влияния  $N_{4'-5'}$  необходимо рассмотреть ферму, содержащую только один шпренгель  $3'-4'-6'$  с дополнительной стойкой  $4-4'$ . При этом можно воспользоваться сечением I-I. Линия влияния  $N_{4'-5'}$  представлена на рис. 32, д.

Построим линию влияния в стойке  $3-3'$ , принадлежащей только основной ферме. Линия влияния усилия в этом стержне в основной ферме  $N_{3-3'}^0$  имеет различный вид при движении груза поверху и понизу. Линия влияния  $N_{3-3'}^0$  при езде понизу —  $A''-3''-6''-B''$ , а при езде поверху  $A''-3''-B''$ . Для получения из них линии влияния  $N_{3-3'}$  надо учесть передачу давлений шпренгелями на узлы нижнего пояса. Давление груза, расположенного в узлах 1, 2, 4 и 5, через дополнительные стойки и шпренгели передается на главные узлы  $A$ ,  $3'$  и  $6'$  нижнего пояса. Поэтому под узлами 1, 2, 4 и 5 справедлива линия влияния при езде понизу, а усилие в стойке  $3-3'$  определяется ординатами  $1''$ ,  $2''$ ,  $4''$  и  $5''$ . При положении груза во всех остальных узлах справедлива линия влияния при езде поверху. Соединяя соседние ординаты прямыми, получаем  $A''-1''-2''-3''-4''-5''-6''-B''$  линию влияния  $N_{3-3'}$ .

Резюмируя все сказанное, можно сформулировать следующие правила.

1. Линии влияния продольных сил стержней шпренгельной фермы, через каждый из которых и не более как через два других можно провести сечение, строятся без разложения шпренгельной фермы.

2. Линии влияния продольных сил стержней, входящих только в основную ферму, через каждый из которых и еще два других стержней

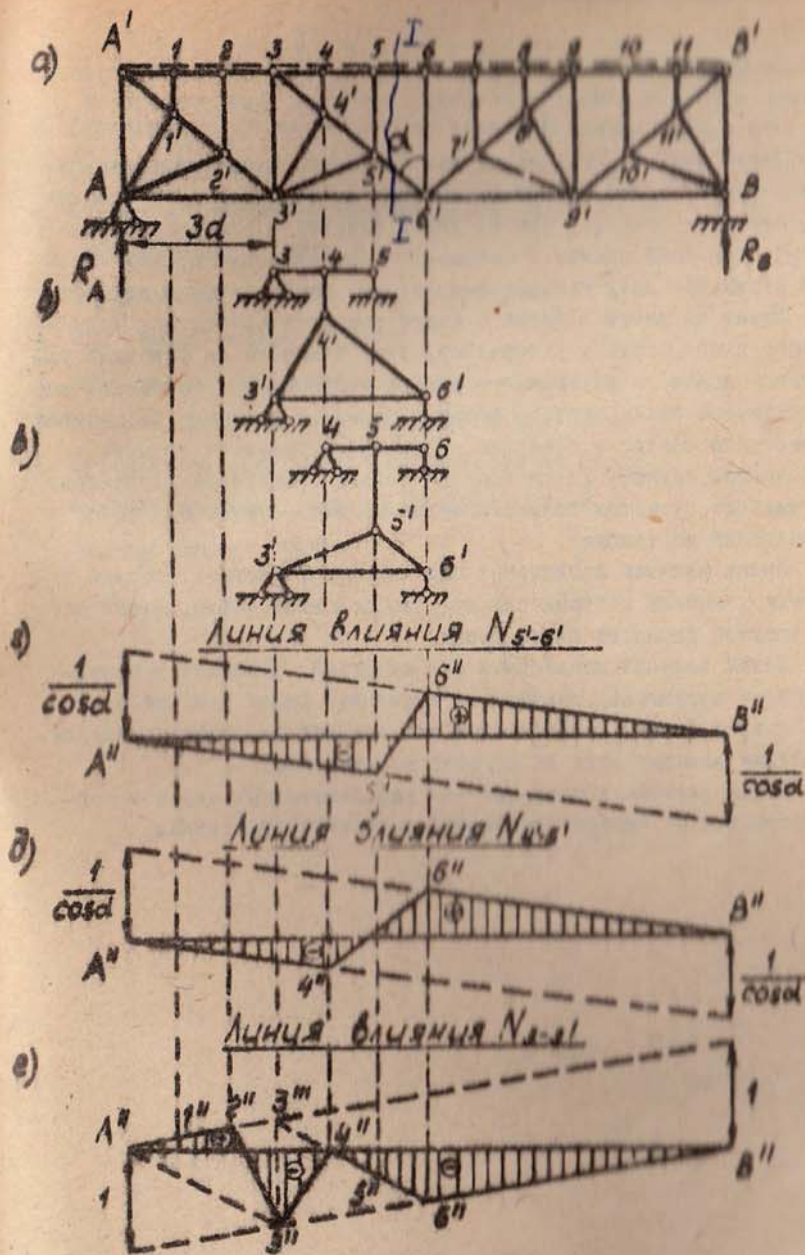


Рис. 32.

нельзя провести сечение, причем линии влияния в основной ферме одинаковы при езде понизу и поверху, строятся, как в основной ферме, без всяких направлений.

3. Линии влияния продольных сил стержней, входящих только в основную ферму, через каждый из которых и еще два других стержня нельзя провести сечение, причем линии влияния в основной ферме различны при езде понизу и поверху, строятся сначала, как в основной ферме, при двух предположениях: при езде понизу и езде поверху. Затем на линии влияния с ездой понизу сносятся все узлы грузового пояса, груз в которых передает давление на основные узлы нижнего пояса, а на линии влияния с ездой поверху сносятся все узлы грузового пояса, груз в которых передает давление на основные узлы верхнего пояса, а соседние ординаты соединяются прямыми.

В частном случае, когда имеются только одноярусные шпренгели, линии влияния строятся только с ездой по этому грузовому поясу и исправлений не требуют.

4. Линии влияния продольных сил стержней, входящих только в шпренгели, опорами которых служат узлы основной фермы, строятся, как в простой ферме, на двух опорах.

5. Линии влияния продольных сил стержней, входящих в основную ферму и шпренгель, получаются сложением линии влияния стержня в основной ферме, исправленной на передачу давления шпренгелями, и линии влияния того же стержня в шпренгеле.

6. Линии влияния продольных сил дополнительных стоек и подвесок строятся по способу вырезания дополнительных узлов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев В. А. Строительная механика. - М.: Стройиздат, 1976.
2. Снитко Н. К. Строительная механика. - М.: "Высшая школа", 1972.
3. Строительная механика. Под ред. Ларкова А. В. - М.: "Высшая школа", 1970.
4. Строительная механика в примерах и задачах. Под ред. Киселева В. А. - М.: Стройиздат, 1968.
5. Руководство к практическим занятиям по строительной механике. Под ред. Клейна Г. К. - М.: "Высшая школа", 1973.

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Введение . . . . .	3
Глава I. Расчет статически определимых ферм на неподвижную нагрузку.	
§ 1. Определение усилий в стержнях ферм . . . . .	5
§ 2. Фермы с составными элементами . . . . .	17
§ 3. Анализ усилий в стержнях балочных ферм при вертикальной нагрузке . . . . .	26
Глава II. Расчет ферм на подвижную нагрузку.	
§ 4. Статический метод построения линий влияния опорных реакций и продольных сил в стержнях ферм с простой решеткой . . . . .	35
§ 5. Статический метод построения линий влияния продольных сил в стержнях шпренгельных ферм . . . . .	43
§ 6. Некоторые примеры . . . . .	55
Литература . . . . .	63

Юрий Александрович Федоров  
 РАСЧЕТ ФЕРМ С СОСТАВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ  
 Учебное пособие  
 Редактор Н.С. Работавеза  
 Технический редактор В.Л. Панюшкина      Корректор Н.И. Пелькина

Подписано к печати 10.7.79 г. Формат бумаги 60 x 84 1/16.  
 Печ. л. 4. Усл. п. л. 3,72. Изд. л. 3,72. КЕ-02051.  
 Тираж 200 экз. Заказ 3740/р. Цена 20 коп.  
 Типография УУЗ Минэнерго СССР, г. Иваново, ул. Ермака, 41.