$u = 150 \cdot \cancel{10} \cdot \sin\left(12.5 \cdot 10^{3} \pi + \frac{\pi}{4}\right)$ (мВ)

Валерий Альбертович Огурцов

Теоретическая механика

4.10.14

Часть I

Статика раздел о равновесии матер. объектов (МО)

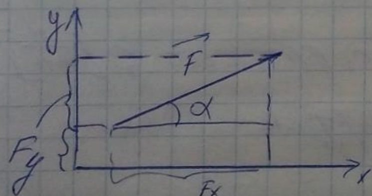
1 Аксиома: если на МО дей-т система сил экв-я 0, то объект нах. в равновесии, и наоборот

2 Аксиома: если к системе сил кот. дей-т на МО добавить (отнять) систему сил = 0, то мех сост-е объекта не изменится

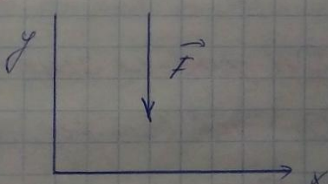
3 Аксиома: если на МО дей-т сист. сил имеющая общую точку приложения, то их м/ заменить равнодействующей.

4 Аксиома: любую связь кот. наложена на МО м/ заменить системой сил.

Сила и ее факторы (стр 21 Тарг)



$F_x = F \cdot \cos\alpha$
$F_y = F \cdot \sin\alpha$

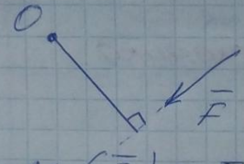


$F_x = 0$
$F_y = -\vec{F}$

Тарг. С.М. „Кр. курс ТМ"
Тарг. Сб. заданий по ТМ для заочников

Момент силы относительно точки

(Тарг §8) стр 31

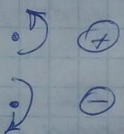


Момент направлен ⊥-но плоскости, проходящей через центр O и силу, в ту сторону, откуда сила §14 стр. 41 видна стремящейся повернуть тело вокруг центра O против хода часовой стрелки

$$M_0(\bar{F}) = F \cdot h$$

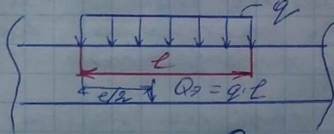
Плечо это кратчайшее расст-е

Правило моментов

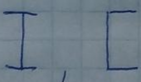


момент против часовой полож

Распределенная нагрузка (РН)



балка

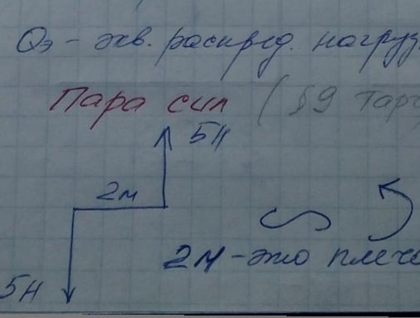


$Q_э$ - прикладывается в середине участка

РН хар-ся интенсивностью $q\left[\frac{Н}{м}\right]$

$Q_э$ - экв. распред. нагрузка

Пара сил (§9 Тарг) Хорошо написано



$M = 10$ Н·м $(5 \cdot 2)$

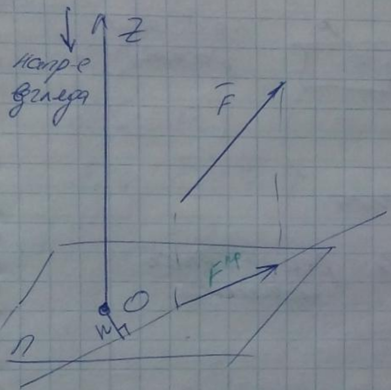
2м - это плечо пары

Свойства:

1. Пару сил м/переносить в плоск-ти действия.

2. У пары сил м/менять величину силы и плечо, оставляя пост. их произвед-е.

Момент силы относительно оси. §28 стр. 72



1) $П \perp Z$
2) т. О
3) Проекц-я вектора на пл-ть
4) $M_z(\bar{F}) = F^{np} \cdot h$

Правило знаков

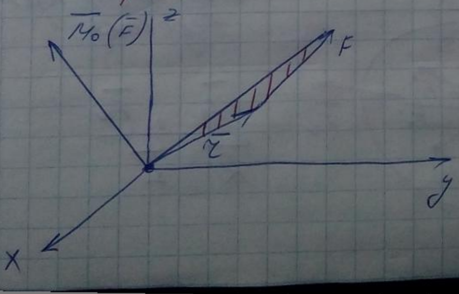
Z⊙ ↺ (+)

Z⊙ ↻ (−)

если сила ||-а оси или ее пересекает, то момент силы относ-о оси = 0

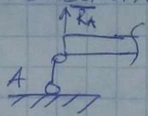
Векторный момент силы относ точки

$\bar{M}_0(\bar{F}) = \bar{r} \times \bar{F}$

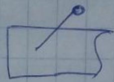


Основные типы связи и их реакции

1) Подвижный шарнир

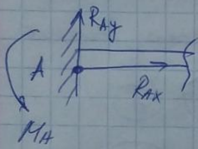


2) Неподвижный шарнир



прибитая доска

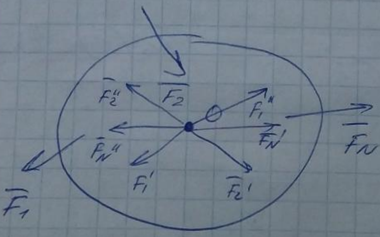
3) Жесткая заделка



M_A - реактивный момент

Основная теорема статики (Пуансо)

Любую сист. сил (СС) м/привести к одной силе и одной паре сил.



т.О центр приведения

$$\frac{\bar{F}_1, .., \bar{F}_N}{\bar{R}, \bar{L}}$$

Для равновесия $\overset{8/5}{\bar{R}} = 0$, $L = 0$ (§13 Тарг)

$\bar{R} = \Sigma \bar{F} = 0$ §13 стр 40

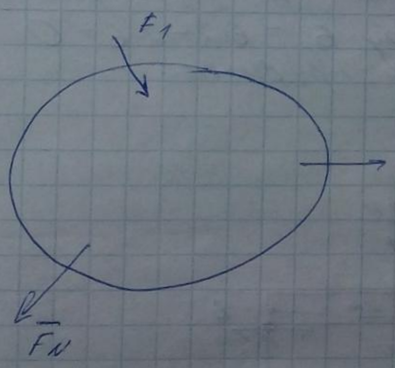
$\bar{L} = \Sigma \bar{M}_0 (\bar{F}_i) = 0$

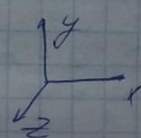
Проекция вектора на оси – скаляр

—"— —"— на плоск-ть – вектор

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma F_x = 0 \\ &\Sigma F_y = 0 \\ &\Sigma F_z = 0 \\ &\Sigma M_x (\bar{F}) = 0 \\ &\Sigma M_y = 0 \\ &\Sigma M_z = 0 \end{aligned}\right\}$$

условие равнов. в произвольной пространственной системы сил.



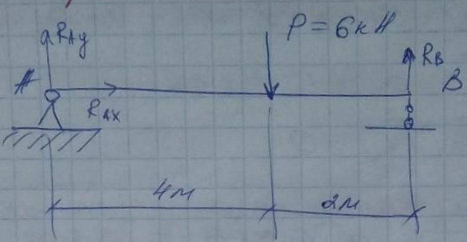


§30 стр 79

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma F_x = 0 \\ &\Sigma F_y = 0 \\ &\Sigma M_0 = 0 \end{aligned}\right\}$$

усл. е равнов-я произвольной плоской сист. сил.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ



$$\begin{cases} \Sigma F_x = R_{Ax} = 0 \\ \Sigma F_y = R_{Ay} - P + R_B = 0 \\ \Sigma M_A = -P\cdot 4 + R_B\cdot 6 = 0 \end{cases}$$

(P берем со знаком „–", так эта сила стремится повернуть систему по часовой стрелке)

$R_B = \dfrac{6\cdot 4}{6} = 4$ кН

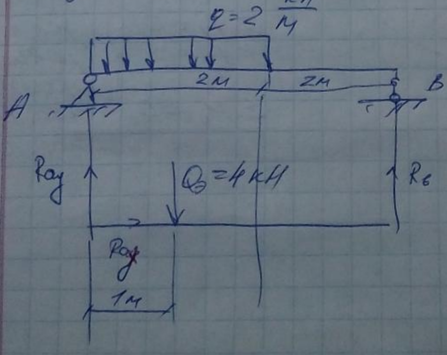
$R_{Ay} = 2$ кН

Проверка (а здесь P берем с „+" т.к. поворот относ. т.В осущ-ся против час. стрелки)

$\Sigma M_B = P\cdot 2 - R_{Ay}\cdot 6 = 6\cdot 2 - 2\cdot 6 = 0$

Задача решена правильно

Задача:



Ушаков

$\Sigma_x = R_{ax} = 0$

$\Sigma_y = R_{ay} - Q_э + R_B = 0$

$\Sigma M_A = -Q_э \cdot 1 + R_B \cdot 4 = 0$

$R_B = \frac{4 \cdot 1}{4} = 1$ кН

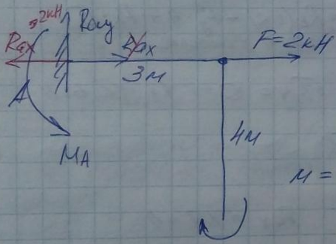
$R_{ay} - 4 + 1 = 0 \Rightarrow R_{ay} = 3$ кН

Проверка:

$\Sigma M_B = 4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 0.$

$\Sigma M_B = Q_э \cdot \underset{3}{l} - R_{Ay} \cdot \underset{4}{l}$

Задача: Опр-ть реакцию заделки



$M = 5$ к·Н·м

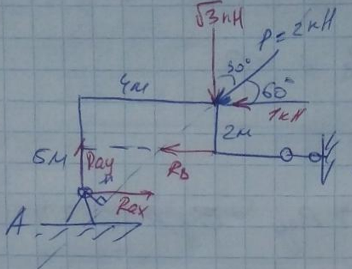
$\Sigma F_x = R_{ax} + F = 0 \Rightarrow R_{ax} = -F = -2$ кН

$\Sigma F_y = R_{ay} = 0$

$\Sigma M_A = M_A - M = 0$

$M_A = 5$ кН·м

Опр-ть реакцию в шарнире A и B



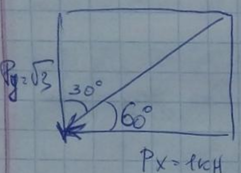
Разложим силу P на две составляю-щие. P_x и P_y

$P_y = P\cdot\cos 30^\circ = 2\cdot\frac{\sqrt3}{2} = \sqrt3$

$P_x = P\cdot\cos 60^\circ = 2\cdot\frac{1}{2} = 1$ кН

в

$\Sigma M_A = R_B(5-2) - P\cdot h$ = этот ход неверный, а верный это разложение сила P на две составляю-щие.



Запишем ур-е моментов относительно т. A

$\Sigma M_A = R_B(5-2) - P_y\cdot 4 + P_x\cdot 5$

Подставим числа

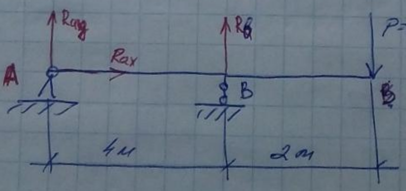
$\Sigma M_A = R_B\cdot 3 + 1\cdot 5 - \sqrt3\cdot 4 = 0 \Rightarrow R_B = 0{,}6$ кН

$\Sigma F_x = R_{ax} - R_B - 1 = 0$

$R_{ax} = 1{,}6$ кН

$\Sigma F_y = R_{ay} - \sqrt3 = 0$; $R_{ax} = 1{,}7$ кН

Задача



Мещерский „Сборник задач по тер мех.“

Ушаков

$$\Sigma F_x = R_{ax} = 0$$

$$\Sigma F_y = R_{ay} + R_B - P = 0$$

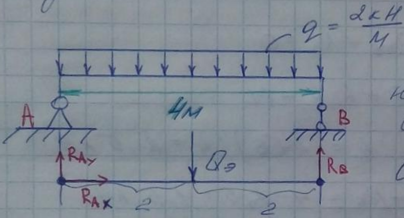
$$\Sigma M_A = R_B \cdot 4 - P \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{36}{4} = 9\ кН$$

$$R_{ay} = P - R_a = 6 - 9 = -3\ кН$$

Проверка.

$$\Sigma M_B = -P \cdot 2 - R_{ay} = -6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 0$$

Задача



Заменим распр. нагрузку q на $Q_э$.

$$Q_э = q \cdot l = 2 \cdot 4 = 8\ \frac{кН}{м}$$

$Q_э$ приложена (при данном распределении) в середине ~~...~~ участка

$$\begin{cases} \Sigma F_X = R_{Ax} = 0 \\ \Sigma F_Y = R_{AY} - Q_э + R_B = 0 \\ \Sigma M_A = -Q_э \cdot 2 + R_B \cdot 4 = 0 \Rightarrow \underline{R_B} = \frac{2 \cdot Q_э}{4} = \frac{2 \cdot 8}{4} = 4\ кН \end{cases}$$

$$R_{AY} = Q_э - R_B = 8 - 4 = 4\ кН$$

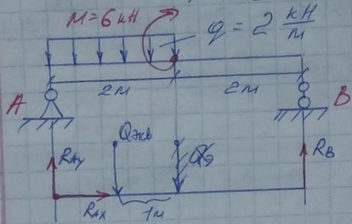
Проверка: запишем ур-е моментов отн. т. B

$$\Sigma M_B = -R_{AY} \cdot 4 + Q_э \cdot 2 = -4 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = 0$$

т.к. $\Sigma M_B = 0$, задача решена правильно.

Самостоятельно

Задача 1. Опр-ть реакцию в шарнире А и В



$Q_э = q \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \frac{кН}{м}$

$\sum F_x = \underline{R_{Ax}} = 0$

$\sum F_y = R_{Ay} - Q_{экв} + R_B = 0$

$\sum M_A = -Q_э \cdot 1 + R_B \cdot 4 - M$

$\underline{R_B} = (Q_э \cdot 1 + M) : 4 = (4+6) : 4 = 2,5$ кН

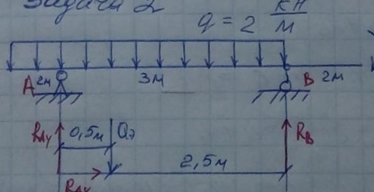
$\underline{R_{Ay}} = Q_{экв} - R_B = 4 - 2,5 = 1,5$ кН

Проверка:

$\sum M_B = -R_{Ay} \cdot 4 + Q_э \cdot 3 - M = -1,5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 6 = 0$

т.к $\sum M_B = 0$, задача решена правильно.

Задача 2



$Q_э = q \cdot l = 2 \cdot 5 = 10 \frac{кН}{м}$

$$\begin{cases} \sum F_x = R_{Ax} = 0 \\ \sum F_y = R_{Ay} - Q_э + R_B = 0 \\ \sum M_A = -Q_э \cdot \frac{1}{2} + R_B \cdot 3 - M = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{Q_э \cdot \frac{1}{2} + M}{3} = \frac{10 \cdot \frac{1}{2} + 6}{3} = 3\frac{2}{3}$$

$$R_{AY} = Q_э - R_B = 10 - 3\frac{2}{3} = 6\frac{1}{3}$$

Проверка

$$\Sigma M_B = -R_{AY} \cdot 3 + Q_э \cdot 2{,}5 - M = -\frac{19}{3} \cdot 3 + 10 \cdot 2{,}5 - 6 = 0$$

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow$ задача решена верно

12.10.14 Аналитический способ сложения сил

Теорема: проекция вектора суммы на какую-нибудь ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось

Если $\overline{R}$ есть сумма сил $\overline{F_1}, \overline{F_2} \dots \overline{F_n}$, т.е. $\overline{R} = \sum \overline{F_k}$, то

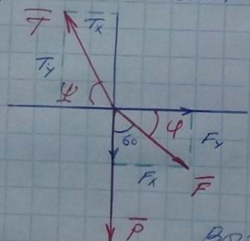
$$R_x = \sum F_{kx}; \quad R_y = \sum F_{ky}; \quad R_z = \sum F_{kz}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$\cos \alpha = R_x / R$, $\cos \beta = R_y / R$; $\cos \gamma = R_z / R$

α, β, γ - углы кот. образует сила с коорд. осями

стр 22, 23 Задача: найти сумму трех лежащих в одной плоскости сил.



Дано: $F = 17{,}32$ Н
$T = 10$ Н
$P = 24$ Н
$\varphi = 30°$
$\Psi = 60°$

Решение:

Выч-м проекции сил на коорд. оси

$$F_x = F \cdot \cos\varphi = 17{,}32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 15 \text{ Н}$$

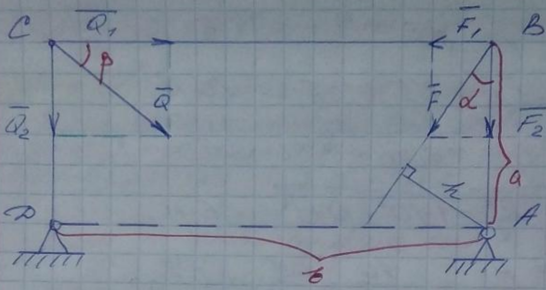
$$F_y = -F \cdot \cos 60° = -17{,}32 \cdot \frac{1}{2} = -8{,}66 \text{ Н}$$

знак „−" берем т.к F_y отриц-а на оси коорд-т.

$$T_x = -T \cdot \cos\Psi = -10 \cdot \cos 60° = -5 \text{ Н}$$

(„−" т.к. проекция $T_x < 0$ на оси коорд-т)

$$T_y = T \cdot \sin\Psi = 10 \cdot \sin 60 = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8{,}66 \text{ Н}$$



Опускаем из т. A ⊥-р на линию действия силы $\bar F$. Найдем плечо h

$$h = AB\cdot\sin\alpha = a\cdot\sin\alpha$$

Момент силы F относ. т. A:

$$m_A(\bar F) = F\cdot h = F\cdot a\cdot\sin\alpha$$

Для силы Q проще не находить плечо, а разложить ее на составляющие (Q_1 и Q_2)

$$Q_1 = Q\cdot\cos\beta \quad ; \quad Q_2 = Q\cdot\sin\beta$$

Определим момент силы Q относ. т. A

По теореме Вариньона, см. стр. 73 тетради

$$m_A(\bar Q) = m_A(\bar Q_1) + m_A(\bar Q_2) =$$

$$= \underbrace{-Q_1\cdot a}_{} + Q_2\cdot b = -Q\cos\beta\cdot a + b\cdot Q\sin\beta =$$

"—" т.к. Q_1 действ-т по ходу час. стрелки

$$= Q(\underbrace{b\cdot\sin\beta - a\cdot\cos\beta}_{\text{это плечо силы } Q})$$

стр 40 Тарг

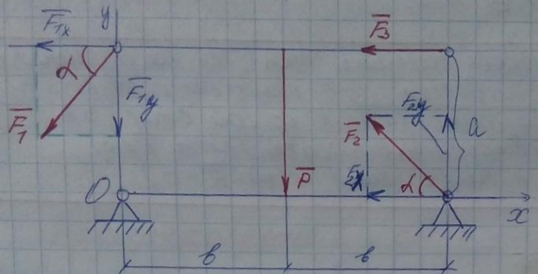
Приведение плоской системы сил к простейшему виду.

Для плоской системы сил:

$$R_x = \sum F_{kx} \; ; \; R_y = \sum F_{ky} \; ; \; M_0 = \sum m_0(\bar F_k)$$

Ушаков. Е.

Задача: Привести к центру O систему стр45 сил $\overline{P}$, $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, $\overline{F_3}$, если $P = 30\,Н$, $F_1 = F_2 = F_3 = 20\,Н$, $a = 0{,}3\,м$, $b = 0{,}5\,м$, $\alpha = 60°$



Нужно найти вектор $\overline{R}$ заданной системы сил, кот. б/опр-ть по проекциям R_x, R_y. Вычисления аналогичны предыдущей задаче.

$\overline{F_{1x}} = -F_1 \cdot \cos\alpha$; $\overline{F_{2x}} = -F_2 \cdot \cos\alpha$, $F_3 = -F_3$; $P = 0$

знаки „–" указывают напр-е векторов сил. (в противоход оси x).

$R_x = \sum F_{kx} = -F_1 \cdot \cos\alpha - F_2 \cdot \cos\alpha - F_3 + P$

$\underline{R_x} = -20 \cdot \cos 60 - 20 \cdot \cos 60° - 20 + 0 = -40\,Н$

$\overline{F_{1y}} = -F_1 \cdot \sin\alpha$; $\overline{F_{2y}} = F_2 \cdot \sin\alpha$, $F_3 = 0$; $P = -P$

$R_y = \sum F_{ky} = -F_1 \sin\alpha + F_2 \cdot \sin\alpha + F_3 - P$

$\underline{R_y} = -20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 - 30 = -30\,Н$

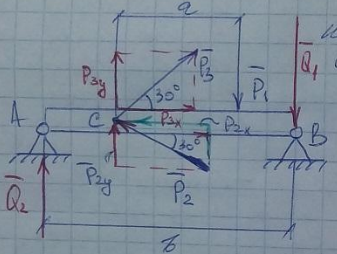
$M_0 = \sum m_0(\overline{F_k}) = \underbrace{F_1 \cdot \cos\alpha}_{F_{1x}} a + \underbrace{F_2 \cdot \sin\alpha}_{F_{2y}} \cdot 2b + F_3 a - P b$

$\underline{M_0} = 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0{,}3 + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 0{,}3 - 30 \cdot 0{,}5 = 11{,}3\,Н \cdot м.$

т.о. заданная система сил приводится к прилож-енной в центре приведения O 75 силе $\overline{R}$ с проекциями $R_x = -40H$, $R_y = -30H$ ($R = 50H$) и паре сил с моментом $M_0 = 11,3$ Н·м.

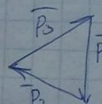
Плоская система сил, не находящаяся в равновесии, м/б окончательно приведена либо к одной силе, т.е к равнодействующей (когда $\overline{R} \neq 0$), или к паре сил (когда $\overline{R} = 0$).

Задача 15



Привести к простейшему виду систему сил P_1, P_2, P_3 действующих на балку AB и найти силы давления на опоры A и B, если $P_1 = P_2 = P_3 = P$

Решение



Многоуг-к P_1, P_2, P_3 замкнутый $\Rightarrow R = 0$

Найдем сумму моментов относ-но т. С

$M_{P_{3x}} = -P_3 \cdot \cos 30°$
$M_{P_{2x}} = P_2 \cdot \cos 30°$
$M_{P_1} = -P a$

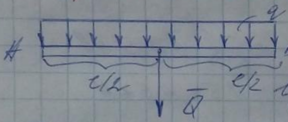
По т. Вариньона

$M_C = \sum m_C(\overline{F_k}) = -P_3 \cdot \cos 30 + P_2 \cos 30° - Pa =$
$= -P \cdot a \Rightarrow$ т.к. $R = 0$, а $M_C \neq 0$, то

данная система сил приводится к паре с моментом $m = -P\cdot a$. Расположим пару как пок-о на чертеже (Q_1 и Q_2). Зная момент пары сил и плечо пары м/опр-ть силу давления на опоры A и B

$$F_{A(B)} = \frac{m}{h} = \frac{-P\cdot a}{b}$$

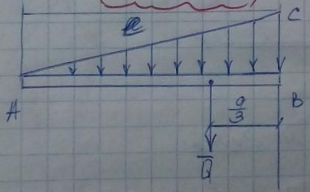
Распределенные силы

1) 

Силы, равномерно распределенные вдоль отрезка прямой

При статич-х расчетах эту систему сил м/заменить равнод-й $\bar{Q}$. Сила Q приложена в середине AB

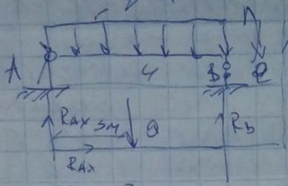
$$\boxed{Q = q\cdot l}$$

2) 

$$\boxed{Q = 0{,}5\cdot l\cdot q}$$

18.10.14

$q = 2$ кН/м



$M = 6$ кН·м

$Q = q\,l = 2 \cdot 6 = 12$ кН

$\Sigma F_x = R_{Ax}$

$\Sigma F_y = R_{Ay} + R_B - Q = 0$

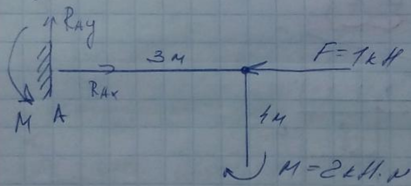
$\Sigma M_A = -Q \cdot 3 + R_B \cdot 4 + M = 0$

$R_B = \dfrac{Q \cdot 3 - M}{4} = \dfrac{12 \cdot 3 - 6}{4} = 7{,}5$ кН

$R_{Ay} = Q - R_B = 12 - 7{,}5 = 4{,}5$ кН

Проверка $\Sigma M_B = 6 + 12 \cdot 1 - 4{,}5 \cdot 4 = 18 - 18 = 0$

Задача:

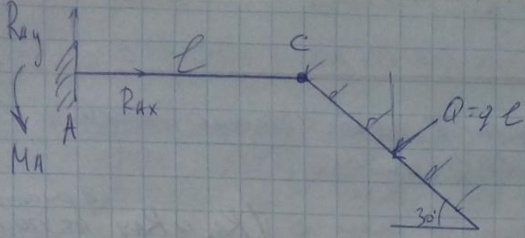


$\Sigma F_x = R_{Ax} - F = 0 \Rightarrow R_{Ax} = F = 1$ кН

$\Sigma F_y = R_{Ay} = 0$

$\Sigma M_A = M_A - M = 0 \Rightarrow M_A = M = 2$ кН·м

Ушаков



$\Sigma F_x = R_{Ax} - Q\cdot \sin 30^\circ \Rightarrow R_{Ax} = \frac{q\ell}{2}$

$\Sigma F_y = -Q\cdot\cos 30^\circ + R_{Ay} \Rightarrow R_{Ay} = q\ell\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Sigma M_C = M_A - R_{Ay}\,\ell - Q\frac{\ell}{2} = 0$

$M_A = q\ell^2\frac{\sqrt{3}}{2} + q\frac{\ell^2}{2}$

Расчет ферм (Тарг §22 стр 61)

Вся внеш. нагрузка приложена в узлах фермы — это допущение

От сечения IV толку не будет два ур-я 3-неизв-х

$\Sigma F_x = R_{Ax} = 0$

$\Sigma F_y = R_{Ay} - P + R_B = 0 \Rightarrow R_{Ay}$

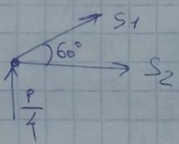
$\Sigma M_A = R_B\cdot 2a - P\frac{3}{2}a = 0 \Rightarrow \underline{R_B} = \frac{3P}{4}$

$\underline{R_{Ay}} = P - \frac{3}{4}P = \frac{P}{4}$

1. Метод вырезания узлов

Вырез-ем узел в кот. число неизв-х усилий равно 2

Вырезаем узел А или В



Бетон не работает на растяжение, но хорошо работает на сжатие

$$\Sigma F_x = S_2 + S_1 \cdot \underbrace{\cos 60°}_{\frac{1}{2}}$$

$$\Sigma F_y = S_1 \sin 60° + \frac{P}{4} = 0 \Rightarrow S_1 = -\frac{P}{2\sqrt{3}}$$

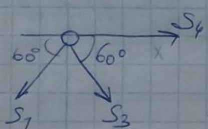
сжатие в 1-м стержне

$$S_1 = -\frac{P}{4} : \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{P \cdot 2}{4\sqrt{3}} = -\frac{P}{2\sqrt{3}}$$

$$S_2 = -\frac{S_1}{2} = \frac{P}{4\sqrt{3}}$$ — растяжение

$$S_2 = -\left(-\frac{P}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{P}{4\sqrt{3}}$$

Вырезаем узел D



$$\Sigma F_x = S_4 + S_3 \cdot \cos 60 - S_1 \cdot \cos 60°$$

$$\Sigma F_y = -S_1 \cdot \sin 60° - S_3 \cdot \sin 60° = 0$$

$$\Downarrow$$

$$S_3 = -S_1 = -\left(-\frac{P}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{P}{2\sqrt{3}}$$ растяж.

$$S_4 = -\frac{P}{4\sqrt{3}} - \frac{P}{4\sqrt{3}} = -\frac{P}{2\sqrt{3}}$$ сжатие

Для остальных узлов действия аналогичные, т.о. находятся усилия во всех стержнях фермы.

2. Метод сечений (метод Риттера)

Ферма рассекается на две части. Сечение проходит через три стержня. Записываются три ур-я равновесия.

Рассм. сечение I.

метод моментной точки.

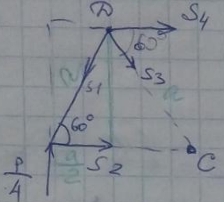


Рис. 1

$$\sum M_D = S_2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{P}{4}\cdot\frac{a}{2} = 0$$

$$\underline{S_2} = \frac{P}{4\sqrt{3}}$$

$$\sum M_C = -S_4 \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{P}{4} a = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{S_4} = -\frac{P}{2\sqrt{3}}$$ сжатие

$$\sum F_y = -S_3 \cdot \sin 60° + \frac{P}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{S_3} = \frac{P}{4\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{P}{2\sqrt{3}}$$ – растяжение

Рассмотрим сечение II (аналогично)

Суть метода

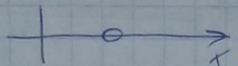
Действие отброшенной части заменяют соотв-ми силами, направляя их вдоль разрезанных стержней от узлов. Важно! силами заменяют только „порезанные" стержни. Напр-р на рис. 1 стержень 1 силой не заменяют, т.к. его не „резали". Затем составляются ур-я равновесия, беря центр моментов (или ось проекций) так, чтобы в каждое уравнение вошло только одно неизвестное усилие.

КИНЕМАТИКА

Изучает движ. мат. объектов без учета действия сил.

Материальная точка

1. Прямол. движ-е

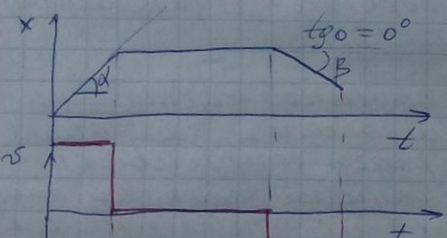


1) $x = x(t)$, $v_{ср} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

(точка это производная по времени)

$a_{ср} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}$

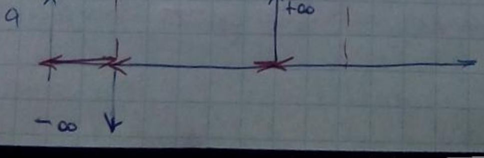


$tg\alpha$ – есть производная

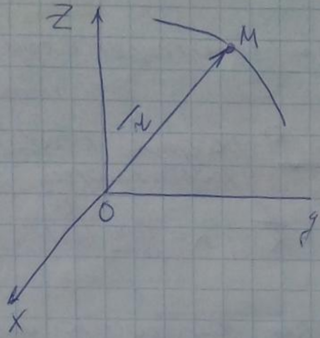
β тупой – тангенс отрицательный

Для построения $v(t)$ проводим касательную и опр-м угол α.

См. геом. смысл. производной



2. Криволинейное движение

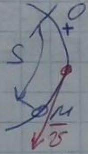


1) $\bar{r} = \bar{r}(t)$
векторный способ задания движ-я

2) спроецируем $\bar{r}$ на оси

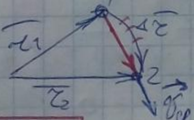
$x = x(t)$
$y = y(t)$
$z = z(t)$
коорд-ый способ задания движ-я

3) $S = S(t)$ естественный способ задания движ-я
(он же траекторный)



им пользуются, когда траектория точки известна заранее

Вектор скор-ти напр-н по касательной к траектории точки в сторону ее движения



$\bar{v}_{ср} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$

$\bar{v} = \dot{\bar{r}}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

α, β, γ - углы с осями коорд-т

$\cos\alpha = \frac{v_x}{v}$

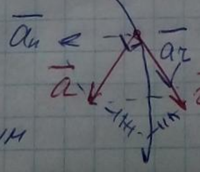
$\cos\beta = v_y / v$

$\cos\gamma = v_z / v$

$$\boxed{\begin{aligned} v_x &= \dot{x} \\ v_y &= \dot{y} \\ v_z &= \dot{z} \end{aligned}}$$

Вектор мгнов. скор-ти напр-н по касательной к траектории

$\bar{a} = \dot{\bar{v}} = \ddot{x}$



$a_x = \dot{v}_x$
$a_y = \dot{v}_y$
$a_z = \dot{v}_z$

$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

$\bar{a}_n$ - центростр. ускорение
в мех-ке оно наз-ся нормальным

Норм. ускор. опр-т изм-е направл-я скор-ти во времени.

Касат. ускор. опр. изм. величины скор-ти во времени.

$$a_n = f(\overset{м/с}{v}, \overset{м}{\rho})$$ ρ - радиус кривизны траектории

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{\rho}}$$

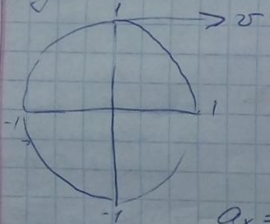
$$\rho = \frac{1}{K}\ ;\ K = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Theta}{|\Delta s|}$$

Задача. Движ. точки задано ур-ми

$x = \sin t$

$y = \cos t$

Опр-ть траекторию движ-я, скор-ть, ускор-е, норм. и касат. ускорение, ρ в момент времени $t=0$.



$$v_x = \dot{x} = \cos t\Big|_{t=0} = 1$$

$$v_y = \dot{y} = -\sin t\Big|_{t=0} = 0$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1+0} = 1\ \frac{см}{с}$$

$$a_x = \dot{v}_x = -\sin t\Big|_{t=0} = 0$$

$$a_y = \dot{v}_y = -\cos t\Big|_{t=0} = -1$$

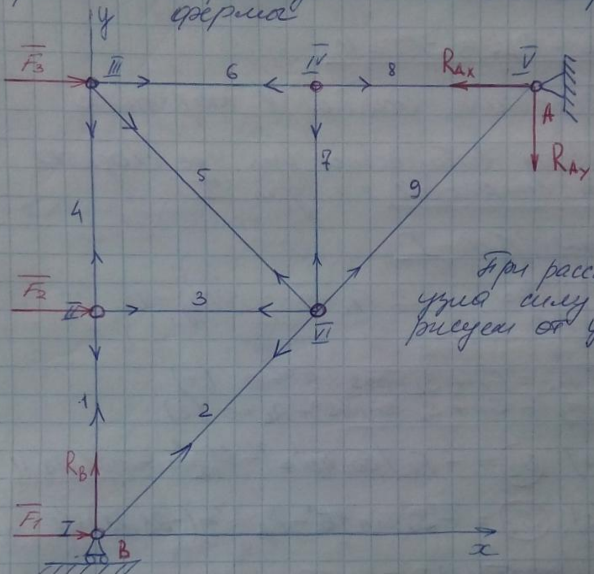
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 1\ \frac{см}{с^2}$$

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{1^2}{1} = 1\ см$$

* * * * * * * * * * * *

К стр 80. Метод вырезания узлов

Задача (Тарг стр 62) В учебнике решение краткое, здесь расписано подробно. Опр-ть усилия во всех стержнях фермы



При рассмотрении узла силу действия рисуем от узла (всегда)

Ферма образована одинаковыми равнобедренными Δ-ми. Примем длину ребра $= l$.

$F_1 = F_2 = F_3 = 20$ кН

$\Sigma F_x = F_1 + F_2 + F_3 - R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 3F_1 = 3 \cdot 20 = \underline{\underline{60}}$ кН

$\Sigma F_y = R_B - R_{Ay} = 0 \Rightarrow R_B = R_{Ay}$

$\Sigma M_A = F_3 \cdot 0 + F_2 \cdot l + F_1 \cdot 2l - R_B \cdot 2l = 0$

$\Sigma M_A = F_2 l + F_1 \cdot 2l - R_B \cdot 2l = 0$

$F_2 l + F_1 \cdot 2l = R_B \cdot 2l$ / делим левую и правую часть уравнения на $2l$:

$$\frac{F_2 \cdot l}{2l} + \frac{F_1 \cdot 2l}{2l} = \frac{R_B \cdot 2l}{2l}$$

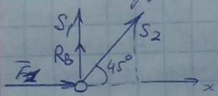
$$\frac{F_2}{2} + F_1 = R_B \Rightarrow R_B = \frac{20}{2} + 20 = 30\ кН$$

$$R_B = R_{Ay} = 30\ кН$$

Определим усилия в стержнях

Первым выбирается узел, где сходятся два стержня, т.е. узел I

Для узла I



$\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$

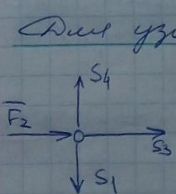
$$\begin{cases} \sum F_x = F_1 + S_2 \cdot \cos 45° = 0 & (1) \\ \sum F_y = S_1 + S_2 \cdot \sin 45° + R_B = 0 & (2) \end{cases}$$

Из (1) $S_2 = -F_1 / \cos 45° = -\frac{20 \cdot 2}{\sqrt{2}} = -28,28$ Н

Из (2) $S_1 = -S_2 \cdot \sin 45° - R_B = -(-28,28)\frac{\cdot\sqrt{2}}{2} - 30 =$

$= +14,14\sqrt{2} + 30 = -10$ кН

Для узла II

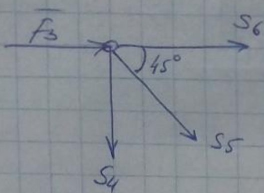


$$\sum F_x = F_2 + S_3 = 0 \quad (3)$$
$$\sum F_y = S_4 - S_1 = 0 \quad (4)$$

Из (3) $F_2 = -S_3 \Rightarrow S_3 = -F_2 =$
$= -20$ кН

Из (4) $S_4 = S_1 = -10$ кН

Для узла III

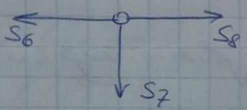


$$\sum F_x = F_3 + S_6 + S_5\cdot\cos 45^\circ = 0 \quad (5)$$
$$\sum F_y = -S_4 - S_5\sin 45^\circ = 0 \quad (6)$$

Из (6) $S_5 = -\frac{S_4}{\sin 45^\circ} = -\frac{(-10)}{\sqrt{2}}\cdot 2 = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14{,}1$ кН

Из (5) $S_6 = -F_3 - S_5\cdot\cos 45^\circ = -20 - 14{,}1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -30$ кН

Для узла IV

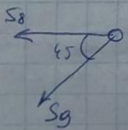


$$\sum F_x = S_8 - S_6 = 0 \quad (7)$$
$$\sum F_y = -S_7 = 0 \quad (8)$$

Из (8) $S_7 = 0$

Из (7) $S_8 = S_6 = -30$ кН

Для узла 5

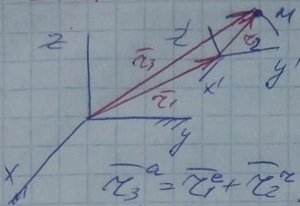


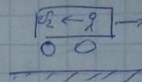
$$\begin{cases} \sum F_x = -S_8 - S_9\cdot\cos 45^\circ = 0 & (9) \\ \sum F_y = -S_9\cdot\sin 45^\circ = 0 & (10) \end{cases}$$

Из (9) $S_9 = \frac{S_8}{\cos 45^\circ} = \frac{-30\cdot 2}{\sqrt{2}} = -42{,}43$ кН

Если усилие с „+", то стержень РАСТЯНУТ, с „–" сжат.

15.11.14 **Сложное движение точки**





$v_1 = 1\ \frac{м}{с}$

$v_r = 1\ \frac{м}{с}$

$\bar r_3^{\,a} = \bar r_1^{\,e} + \bar r_2^{\,r}$

(абс) (переносное движ-е) → относ. движ-е

$$\boxed{\bar v_a = \bar v_e + \bar v_r}$$

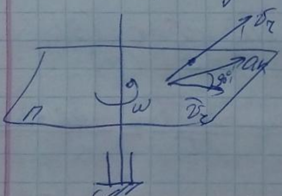
Теорема о сложении скоростей при сложном движении

$$\bar a_a = \bar a_e + \bar a_r + \bar a_k$$

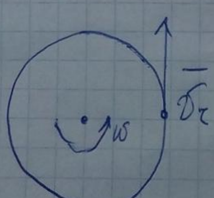
a_k — появл-ся тогда когда движ-е переносн. вращательное

$$\boxed{\bar a_k = 2\,\bar \omega_e \times \bar v_r}$$

Как опр-ть ускорение Кориолиса



1. П ⊥ z
2. Проецируем $\bar v_r$ на плоскость
3. Поворачиваем на ∠90°
4. $a_k = 2\omega v_r^{пр}$

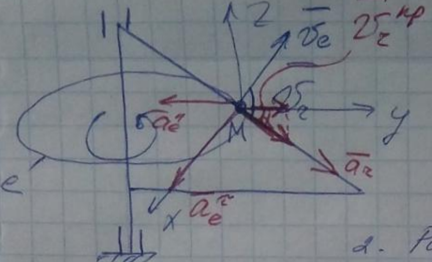


$v_r = const$

$\omega = const$

$v = \omega R + v_r$

$$a_n^a = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R + v_r)^2}{R} = \underbrace{\omega^2 R}_{a_n^e} + \underbrace{\frac{v_r^2}{R}}_{a_n^r} + \underbrace{2\omega v_r}_{\text{ускорение Кориолиса}}$$



Опр-ть абс. скор и абс. ускор-е точки.

1. Опр-ть положение точки на подвижной системе
2. Рассмотреть переносное движение (т. е. найти траекторию, скор-ть, ускор.)
3. Прикрепим точку к системе

$v_e = \omega R$

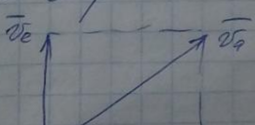
$a_e^n = \omega^2 R$

$a_e^\tau = \varepsilon R$

4. Рассм-ем относ. движ-е, для этого останавл-м систему и смотрим как точка движ-ся по ней.
5. Опр-ем ускорение Кариолиса если оно есть.

$a_k = 2\omega v_r^{пр} = 2\omega v_r \cos\alpha$

6. Опр-ем абс. скор. и абс. ускор-е



$a_{ax} = a_e^\tau - a_k$

$a_{ay} = -a_e^n + a_r \cos\alpha$

$a_{az} = -a_r \cdot \sin\alpha$

$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}$

7. Точку отклеить, а систему остановить